ACTIVIDAD *SCAFFOLDING* EN GEOMETRÍA PARA DESARROLLAR HABILIDADES DE ARGUMENTACIÓN Y CLASIFICACIÓN EN FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN INFANTIL

Scaffolding task in geometry to develop argumentation and classification skills in pre-service early childhood education teachers

Ricart, M.[a], Beltrán-Pellicer, P.[b] y Estrada, A.[a]

[a]Universidad de Lleida, [b]Universidad de Zaragoza

Resumen

*El objetivo de este trabajo es explorar el conocimiento didáctico matemático de 94 futuros maestros de Educación Infantil, así como poner de manifiesto el potencial de la herramienta utilizada: la tarea WODB (*Which One Doesn't Belong*). Para ello, se analizan los argumentos de las respuestas de los estudiantes universitarios a una tarea WODB de geometría 3D, así como los errores que cometen. Los resultados indican que los futuros maestros no tienen bien adquiridos los significados de algunos conceptos geométricos elementales, sus argumentos se basan más bien en aspectos perceptivos e, incluso, tienen dificultades para clasificar. Así, su conocimiento didáctico-matemático no es suficiente para llevar a cabo procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en Infantil. La tarea WODB no solo se revela como un scaffolding para desarrollar conexiones y argumentación, también para identificar niveles de Van Hiele y progresar en ellos.*

Palabras clave: *conocimiento del profesor, argumentación, geometría, educación infantil.*

Abstract

The aim of this work is to assess the mathematical didactical knowledge of 94 pre-service Early Childhood Education teachers, as well as to show the potential of the used tool: the WODB (Which One Doesn't Belong) task. For this, the arguments of the answers of the university students to a WODB task of 3D geometry are analysed, as well as the errors they commit. The results show that future teachers do not fully understand the meanings of some elementary concepts of geometry, their arguments are rather based on perceptive aspects and even, they have difficulty in classifying. Consequently, his didactical-mathematical knowledge is not enough to carry out teaching and learning processes of geometry in Early Childhood Education. It is concluded that the WODB is not only revealed as a scaffolding for the development of connections and argumentation, but also to identify levels of Van Hiele and progress through them.

Keywords: *teacher knowledge, argumentation, geometry, early childhood education.*

INTRODUCCIÓN

Las actividades WODB (*Which One Doesn't Belong*), conocidas también como "cuál es el que no encaja" o "quién es el intruso" están despertando el interés en los docentes, como señalan algunos autores (Larsen, 2016, 2017; Larsen y Liljedahl, 2017). Su utilización como recurso didáctico en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas parte, posiblemente, del trabajo de Danielson (2016), cuyo libro está dedicado a la geometría. Las WODB consisten en presentar una colección de cuatro objetos y preguntar por aquel que no encaja. Es decir, se trata de señalar cuál presenta una cualidad o una propiedad que lo diferencia de los otros tres. Ahora bien, en el caso de los que se proponen últimamente en matemáticas, como los del mencionado libro de Danielson o los que se pueden ver

Ricart, M., Beltrán-Pellicer, P. y Estrada, A. (2019). Actividad *scaffolding* en geometría para desarrollar habilidades de argumentación y clasificación en futuros maestros de Educación Infantil. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 503-512). Valladolid: SEIEM.

en el sitio web www.wodb.ca, todos y cada uno de los elementos del WODB presentan una cualidad o propiedad única. Por lo tanto, el objetivo de la actividad consiste en aportar al menos una razón para cada uno de los elementos y expresarla por escrito de forma precisa.

En consecuencia, los sistemas de prácticas que moviliza son esencialmente discursivos y, como veremos, en el caso de la geometría permiten evaluar el nivel de razonamiento de Van Hiele (1986) de los participantes, así como tipificar sus errores y dificultades en los modelos de clasificación de Radatz (1979), Movshovitz-Hadar, Zaslavski e Inbar (1987) y Astolfi (1999). Incluso, posibilitan matizar los propios de la geometría espacial, hecho que consideramos importante y necesario para llevar a cabo acciones docentes más precisas orientadas a la superación de éstos, pues los modelos anteriores engloban errores y dificultades de los estudiantes en las matemáticas en general (Bocco y Canter, 2010; Franchi y Hernández, 2004; Tovar y Mayorga, 2015).

En definitiva, presentamos una propuesta de utilización de las tareas WODB como herramienta para desarrollar el proceso matemático de argumentación y comunicación en los futuros maestros de Educación Infantil, así como para explorar su conocimiento didáctico matemático.

Este trabajo se estructura en cuatro apartados: el marco teórico, en el que se enmarcan las WODB dentro de las tareas de geometría; la metodología, que es mixta con un diseño exploratorio e interpretativo, donde se contextualiza la experiencia en la que se usó la tarea WODB; el apartado de análisis y discusión, en el que se categorizan los argumentos de los participantes y, en particular, las respuestas incorrectas; y, finalmente, un apartado donde se presentan las conclusiones.

MARCO TEÓRICO

Para Duval (1999), la argumentación es una justificación de una afirmación o de un enunciado que requiere de la producción de razones y que suele responder a preguntas del tipo "¿por qué?". A su vez, determina dos criterios para decidir sobre la validez de un argumento: su pertinencia, que se refiere a que su contenido esté relacionado semánticamente con la afirmación a justificar, y la fuerza, que mide tanto su posibilidad de réplica como su valor epistémico. El trabajo de la argumentación en la geometría requiere del proceso de razonamiento, que junto con el de visualización y de construcción con herramientas son los tres tipos de procesos cognitivos implicados en las tareas geométricas (Duval, 1998).

Dentro de las SEIEM se han presentado varios trabajos enfocados al tipo de argumento de los estudiantes ante tareas de geometría. Destacamos el de Berciano, Jiménez-Gestal y Salgado (2017), que caracterizan la argumentación de niños de tres a cinco años a partir de características propias de cada nivel de Van Hiele y del tipo de aprehensión de Duval (1998): perceptiva, discursiva u operativa. Bernabeu, Llinares y Moreno (2017) también determinan la argumentación de estudiantes de primaria teniendo en cuenta el tipo de aprehensión. Larios, Pino-Fan y González (2017) hacen lo propio en la secundaria con el modelo de Flores (2007).

Realmente, las tareas WODB son similares a alguna de las propuestas por Gutiérrez y Jaime (2012) para la mejora de la calidad de las imágenes de conceptos geométricos que se forman los estudiantes. Estos autores sugieren comparar diferentes ejemplos para identificar sus diferencias más significativas y poner así de manifiesto la existencia de una propiedad que tiene un ejemplo y no otro. En la misma línea, Patkin (2015) recomienda actividades de discriminación de atributos críticos de los conceptos a partir de series de ejemplos y contraejemplos, pues ayudan a la adquisición de los conceptos de la geometría tridimensional y, a su vez, ponen en evidencia errores y dificultades de los estudiantes.

Asimismo, las tareas de clasificación están presentes en las unidades didácticas de enseñanza de los sólidos basadas en los niveles del modelo de Van Hiele (1986) para el desarrollo del razonamiento geométrico (Guillén, 1997). De hecho, se considera que la clasificación es un proceso matemático intrínseco del razonamiento lógico y, en consecuencia, los criterios considerados en las clasificaciones de sólidos son indicadores del nivel de razonamiento de Van Hiele en que están los estudiantes. Por ejemplo, considerar semejanzas o diferencias físicas globales entre los sólidos es una característica del nivel 1; hacerlo a partir de razonamientos empíricos es del nivel 2, y realizar clasificaciones lógicas a partir de una propiedad conocida es del nivel 3 (Guillén, 2004; Gutiérrez, 2012).

Por otro lado, diversos marcos teóricos en educación matemática han propuesto modelos para caracterizar el conocimiento y las competencias de los docentes. Por ejemplo, desde el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007) ha surgido el modelo de categorías para el conocimiento didáctico matemático (Pino-Fan y Godino, 2015) y las competencias profesionales del docente de matemáticas: el CCDM (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Font, 2018; Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). En ese sentido, proponemos la tarea WODB para contenidos concretos, como la geometría, a modo de herramienta para evaluar el conocimiento común del contenido y el ampliado, que según el CCDM son, respectivamente, aquel que se considera suficiente para resolver las actividades curriculares de un nivel educativo concreto y aquel que permite a los docentes proponer nuevos retos y relacionar el objeto matemático estudiado con otras nociones matemáticas. Asimismo, la naturaleza de la tarea tanto de fomentar respuestas con diversas justificaciones válidas, como la de requerir comunicación escrita, permite evaluar, en parte, el conocimiento especializado del CCDM y analizar otros aspectos del conocimiento didáctico matemático en el plano lingüístico. En esta línea, destacamos el trabajo de Gonzato, Godino, Contreras y Fernández (2013) en la formación de maestros, en el que se explora el conocimiento especializado a partir de las justificaciones dadas en unas tareas sobre visualización de objetos 3D.

METODOLOGÍA

La metodología tiene un enfoque mixto, con un diseño exploratorio e interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). La experiencia se realizó con 94 estudiantes del tercer curso del grado de Educación Infantil de una universidad española dentro de la asignatura “Aprendizaje de las Matemáticas” en la que se trabajan tanto contenidos matemáticos como aspectos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la etapa de cero a seis años. La tarea WODB a partir de la cual se presenta este estudio (Figura 1) fue diseñada por el profesorado que imparte la asignatura con la intención didáctica de desarrollar la competencia matemática de los futuros maestros asociada al proceso matemático de argumentación y conexiones, así como conocer explícitamente el vocabulario matemático referente a la geometría adquirido por los estudiantes. Fue validada por profesorado experto en didáctica de la geometría.

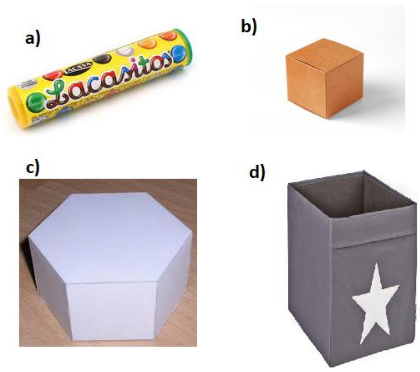

Figura 1. Actividad WODB de geometría.

Los participantes ya habían resuelto una tarea de este tipo con anterioridad dentro de la asignatura pero, en ese caso, sobre contenidos de probabilidad, por lo que la tarea WODB les era familiar. Para la recogida de datos se repartió a cada estudiante una hoja en blanco con las cuatro imágenes y se les pedía que identificaran el intruso.

Siguiendo la dinámica de trabajo con tareas WODB, se dejaron 10 minutos para pensar en silencio e individualmente y responder debajo de las imágenes, en la misma hoja del enunciado. La puesta en común de las razones y la institucionalización de ellas se hizo en una sesión posterior después de que el profesor hubiese leído las respuestas de los estudiantes.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las respuestas de los estudiantes se han categorizado en cuatro grupos (Tabla 1), teniendo en cuenta el contenido matemático del argumento y de si hay muestras, o no, de clasificación de las situaciones: argumento correcto, argumento parcialmente correcto, respuesta incorrecta y, por último, en blanco, donde se contabilizan los casos en que no se ha hallado ninguna razón para una situación determinada. A continuación, detallamos las tres primeras categorías.

Tabla 1. Porcentaje de respuestas según tipo de argumento y situación

	Situación a	*Situación b*	*Situación c*	*Situación d*
Argumento correcto	78,72%	2,13%	4,26%	45,74%
Argumento parcialmente correcto	4,26%	24,47%	11,70%	8,51%
Respuesta incorrecta	14,89%	56,38%	60,64%	45,74%
En blanco	2,13%	17,02%	23,40%	0%

Argumento correcto

El argumento correcto, que es fuerte y pertinente, expresa correctamente una idea matemática cierta, que es una posible razón de intruso. Un ejemplo para la situación *a* es que “es el único que está formado por una superficie curva”, pues los demás están formados solamente por superficies planas. Por lo que respecta a los argumentos correctos de los futuros maestros, estos se basan, mayoritariamente, en el concepto de cilindro o de superficie, aunque también hay algunos que se basan en el tipo de línea. En concreto, aproximadamente, un 41,5% de argumentos correctos expresan que la razón de la situación *a* es que es el único cilindro y, además, en general, la completan con una característica intrínseca del sólido o con un aspecto relacionado con los conocimientos didácticos estudiados a partir de la experimentación, como que es el único que puede rodar. Este tipo de argumento es empírico (Larios et al., 2017) y, por tanto, indica un nivel 2 de Van Hiele (Guillén, 2004; Gutiérrez, 2012). Es necesario precisar que se admite como argumento correcto que digan que es el único cilindro porque en las demás situaciones los objetos tienen forma de prisma, pero, en la situación *b* y en la *c*, no se admite como argumento correcto razones del tipo “es el único cubo” o “el único prisma hexagonal”, pues no hay una categoría que, en ambos casos, englobe las otras tres. En tal situación, el argumento se ha considerado parcialmente correcto.

Un ejemplo para la situación *b* es que “es el único que su desarrollo plano está compuesto por un único tipo de figura plana (el cuadrado)”, mientras que los desarrollos de los demás lo están por dos de diferentes: círculo y rectángulo en el primer caso, hexágono y rectángulo para el prisma hexagonal, y cuadrado y rectángulo en la última situación. Aunque ninguno de los futuros maestros ha presentado esta razón, ha habido respuestas correctas con argumentos también empíricos que, claramente, se han construido a partir de las actividades manipulativas de la asignatura: “es el único que al ponerlo en el retroproyector se visualiza siempre la misma figura” o “es el único cuyo desarrollo plano es un hexaminó”.

Un ejemplo de posible argumento correcto para la situación *c* es que “es el único que su desarrollo plano está compuesto por una figura plana (el hexágono) que no se debe reconocer por su nombre en Educación Infantil", pues solamente deben identificar los círculos, los triángulos y los cuadriláteros. Un 4,26% de los futuros maestros ha hallado dicha razón.

Finalmente, un ejemplo para la situación *d* es que "es la única superficie abierta", pues los demás son cuerpos geométricos. Casi la mitad de los futuros maestros han acertado en ver que era la única superficie abierta, pero no todos han matizado que el resto son cuerpos geométricos. El 8,51% de las respuestas se refieren a la propiedad de abierto, pero no matizan si es o no es una superficie, simplemente lo justifican diciendo que está abierta. En este caso, se considera una respuesta parcialmente correcta.

Parcialmente correcto

El argumento parcialmente correcto es poco pertinente o no es especialmente fuerte. Este expresa una razón matemática parcialmente correcta que puede deberse a una falta de precisión en el lenguaje matemático (poca pertinencia), a que, aunque es cierto que la característica hallada es única de ese objeto, no hay una categoría clara que englobe las otras situaciones (poca fuerza) o a que compara todas las situaciones, pero no llega a una clasificación, pues se queda en una identificación del tipo "es el que más … tiene" (poca fuerza).

Los argumentos parcialmente correctos de la situación *a* se refieren, de manera intuitiva, a la superficie curva con expresiones del tipo "forma redonda" y coinciden con algunos de los detectados en Berciano et al. (2017) del tipo de aprehensión perceptiva y nivel 1 de Van Hiele.

Por lo que se refiere a los argumentos parcialmente correctos en *b*, además del argumento "es el único cubo", afirman que "es el único con todas las caras iguales". De este enunciado, como mínimo, se deduce que las caras de las demás figuras no son todas iguales y que, por tanto, el cilindro tiene caras. Para justificar que la razón dada por los estudiantes se considera parcialmente correcta citamos a Godino y Ruiz (2002):

> Un poliedro es el sólido delimitado por una superficie cerrada simple formada por regiones poligonales planas. Cada región poligonal se dice que es una cara del poliedro […]. (p. 482)
>
> Un cilindro es el sólido cuya superficie se genera trasladando los puntos de una región cerrada simple contenida en un plano hacia un plano paralelo. […] Los puntos que unen puntos correspondientes en las curvas que limitan las bases forman la superficie lateral. (p. 488)

En la línea de los autores anteriores, asumimos que el cilindro no tiene caras y que, por tanto, no hay clasificación posible relacionada con la razón de tener todas las caras iguales.

En cuanto a las respuestas parcialmente correctas de *c*, hay de tres tipos: "es el único prisma hexagonal", "es el único que tiene 8 caras" o "es el que más caras tiene". En los dos primeros casos se presenta un argumento matemático cierto, pero la clasificación en un mismo conjunto de las otras tres situaciones se limita a no ser un prisma hexagonal o a no tener 8 caras.

Para la situación *d*, un ejemplo de respuesta parcialmente correcta es la citada anteriormente al comentar los argumentos correctos.

Pensamos que los porcentajes de argumentos correctos y parcialmente correctos para las situaciones *b* y *c* son bajos porque la razón matemática de intruso asociada a ellas implica habilidades y procesos fundamentales de visualización espacial, como examinar los posibles desarrollos del sólido (Gonzato, Godino y Neto, 2011). De hecho, Radatz (1979) identifica el uso de imágenes espaciales como una dificultad para los estudiantes.

Respuesta incorrecta

Es aquella que expresa una idea equivocada, muestra errores conceptuales y/o no compara matemáticamente las situaciones, de manera que no clasifica. Se han observado diferentes patrones dentro de este tipo de respuesta: los que expresan una idea matemática que no es cierta, aquellos que describen matemáticamente el objeto según su forma, los que se basan en la identificación de una característica no inherente del objeto y los que son absurdos, pues no tienen ningún sentido. Asimismo, en cada tipo de respuesta anterior de los estudiantes, se identifican diferentes niveles de adquisición de vocabulario matemático (Tabla 2): uso adecuado, que se refiere a una comprensión adecuada del significado de los conceptos geométricos utilizados; confusión de términos, que alude a que, claramente, se identifica un elemento matemático con el nombre de otro elemento; uso no adecuado, que engloba aquellas razones en que se presentan conceptos inexistentes inventados a partir de juntar palabras geométricas y/o muestran carencias en el significado de los conceptos básicos geométricos y, finalmente, hay una categoría para las respuestas en las que no se identifica el uso de semántica propia de la geometría. Estas subcategorías de respuesta incorrecta permiten identificar errores que cometen los estudiantes en el ámbito específico de la geometría, siendo algunos de ellos casos particulares de los tipos de error definidos en los modelos de errores en matemáticas de Radatz (1979), Movshovitz-Hadar et al. (1987) o Astolfi (1999).

- En las respuestas de argumento incorrecto y uso adecuado, el estudiante conoce el significado de los conceptos matemáticos básicos de la geometría, pero la razón que presenta, centrada en una propiedad o característica matemática, no se cumple para el objeto o bien, se cumple para ese caso, pero también para alguna de las otras situaciones, lo que hace que la afirmación "es el único que…" no sea verdad. En esta subcategoría destacamos la respuesta para *b* "el cubo es el único que al seccionarlo sale siempre la misma figura plana" porque el estudiante demuestra una habilidad visual limitada. Los errores de esta subcategoría se corresponden, en general, con el de inferencias lógicamente no válidas de Movshovitz-Hadar et al. (1987) y, además, en algunos casos, con el de dificultades para obtener información espacial de Radatz (1979).
- En las respuestas de argumento incorrecto y confusión de términos matemáticos, el estudiante presenta una razón centrada en una característica o propiedad matemática, pero denomina un elemento matemático de forma clara con el nombre de otro. El error más común que se ha observado, sobre todo en las opciones *b* y *c*, es el de referirse a las caras del prisma como lados del prisma. También ha sido frecuente la alusión al prisma hexagonal como hexágono. Según Guillén (1997), este error de cambiar términos del plano por términos del espacio y al revés, es usual cuando los estudiantes razonan en un nivel 1 de Van Hiele. Este aspecto es un indicador del bajo nivel de conocimiento común del contenido de los futuros maestros.
- En argumento incorrecto y uso no adecuado predominan las razones basadas en un concepto inventado a partir de juntar conceptos geométricos existentes, lo que lleva a una contradicción y denota una falta de conocimiento de significado matemáticos. Algunos ejemplos de conceptos inventados son: "prisma circular", "prisma cuadrilátero", "cuerpo abierto" o "cuerpo plano". Asimismo, hay otro tipo de argumentos que predominan en las situaciones *b, c* y *d*. Son argumentos que utilizan las nociones topológicas de dentro y fuera para aludir al volumen: "es el único que podemos poner cosas dentro", "es el único en el que podemos entrar" o, nuevamente, son argumentos que muestran habilidades de visualización espacial: "al desplegarlo queda abierto" o "es el único que tiene simetría: se ve igual lo mires por donde lo mires", refiriéndose al cubo.
- Respecto a estas dos últimas subcategorías descritas, pensamos que la confusión de términos podría considerarse una subcategoría de la de uso no adecuado porque, de hecho, hay una carencia en el significado de los términos usados. Asimismo, para Larios et al. (2017) son ambos argumentos simbólicos y, además, se corresponden con los mismos tipos de error de los modelos de Radatz (1979), Movshovitz-Hadar et al. (1987) y Astolfi (1999): dificultad del lenguaje, definiciones deformadas y resultado de concepciones alternativas,

respectivamente. No obstante, dado que esta confusión está muy focalizada en unos términos en concreto y el porcentaje de respuestas es considerable, se establecen como dos categorías diferenciadas.

- En la subcategoría de descripción del objeto, el estudiante se limita a describir el objeto a partir de su forma pero no hace la acción de comparar las situaciones, por lo que no clasifica y, en consecuencia, la respuesta no es un argumento. Este error puede ser causado por la complejidad propia del contenido (Astolfi, 1999). Asimismo, en algunos casos, claramente identifica un elemento geométrico con el nombre de otro (confusión de términos) o, directamente, se inventa conceptos (uso no adecuado). En estos casos, además de ser causado por la dificultad del contenido también coincide con un error causado por la dificultad del lenguaje (Radatz, 1979), por definiciones deformadas (Movshovitz-Hadar et al., 1987) o como resultado de concepciones alternativas (Astolfi, 1999).
- La tipología de respuestas de característica no inherente al objeto encaja con el error de operaciones intelectuales implicadas de Astolfi (1999). Comprende aquellos argumentos ligados a validaciones perceptivas, con un predominio de la componente visual (Gonzato et al., 2013), es decir, se basan en una propiedad visual de la imagen o en una característica figural que resulta irrelevante (Larios et al., 2017). Por ejemplo, en el caso *b* afirman que es el intruso porque “es el más pequeño” y en el *c* se fijan en la perspectiva de la foto: “es el único que no está inclinado”. En la situación *c* también han argumentado que es el intruso porque “es el que más capacidad tiene” (uso adecuado). Según Gutiérrez y Jaime (1995) esta tipología señala un razonamiento geométrico que no es lo suficientemente elevado.
- Finalmente, la subcategoría de absurdo engloba las respuestas que contienen argumentos que no tienen ningún sentido lógico. Algunos ejemplos son: “todos son objetos y este es una figura” o “es una superficie, pero está montada como si fuera un cuerpo (cubo)” para el *b*; “podemos preguntar un razonamiento lógico: ¿dónde está la caja respecto al suelo? Encima.” para el *c*; “es el único que está destapado” para el *d*. Los errores de esta subcategoría pueden ser debidos tanto a la comprensión de las instrucciones como a las operaciones intelectuales implicadas (Astolfi, 1999).

Tabla 2. Porcentaje de respuestas incorrectas por categoría y situación según vocabulario

	Uso adecuado	Confusión términos matemáticos	Uso no adecuado	No muestra vocabulario específicamente matemático
Argumento incorrecto	0% a 2,13% b 7,45% c 6,38% d	3,19% a 26,6% b 15,96% c 1,06% d	6,38% a 7,45% b 14,89% c 27,66% d	0% a 0% b 0% c 0% d
Descripción del objeto	3,19% a 2,13% b 4,26% c 4,26% d	0% a 0% b 2,13% c 0% d	0% a 0% b 4,26% c 1,06% d	0% a 0% b 0% c 0% d
Característica no inherente	0% a 0% b 1,06% c 0% d	0% a 0% b 0% c 0% d	0% a 0% b 0% c 0% d	0% a 9,57% b 7,45% c 0% d

Absurdo	0% a 0% b 0% c 0% d	0% a 0% b 0% c 0% d	2,13% a 4,26% b 4,26% c 1,06% d	0% a 4,26% b 0% c 2,13% d

Es necesario destacar que, aunque los estudiantes saben que puede haber más de una razón para cada situación, en la mayoría de los casos los futuros maestros solo presentan una o ninguna. Esto apunta a que no son capaces de proporcionar diversas justificaciones, lo que se traduce en que su conocimiento especializado es bajo. En el caso particular de la situación *a*, como ya se ha dicho, matizan o refuerzan con una explicación que podría considerarse otro argumento, pero la estructura y el fondo de la oración hace pensar que más bien se debe a una falta de confianza en sus propios conocimientos matemáticos, lo que denota una baja competencia cognitiva (Estrada, Batanero y Lancaster, 2011).

CONCLUSIONES

En primer lugar, subrayamos el potencial de la tarea WODB para los docentes, pues permite fácilmente captar los significados personales logrados, así como focalizar errores y dificultades del alumnado. Asimismo, a los estudiantes les beneficia de cara al desarrollo de las conexiones y la argumentación, por lo que podemos catalogar la tarea WODB como una herramienta matemática *scaffolding*, pues estos no argumentan si no se les incita a ello (Albano e Iacono, 2019).

En segundo lugar, queremos resaltar que, aunque los futuros maestros están familiarizados con el vocabulario propio de la geometría, no dominan los significados de los conceptos básicos. Esto puede deberse a los métodos de enseñanza de profesores y libros de texto de los conceptos elementales de la geometría, basados, tal y como señalan Gutiérrez y Jaime (2012), en la memorización de definiciones y de poca eficacia a la hora de resolver problemas.

A continuación, destacamos los errores y dificultades particulares de la geometría de los sólidos hallados en este trabajo y sobre los cuales es necesario seguir trabajando: a) de significados: tienen un conocimiento limitado de las definiciones de los conceptos básicos previos o hacen una ampliación errónea de objetos mentales, pues cambian términos de geometría tridimensional por términos de la geometría plana; b) de habilidades de visualización espacial: presentan dificultades para desplegar mentalmente las figuras tridimensionales, solamente seccionan los cuerpos por un plano horizontal o vertical o hacen una ampliación limitada del concepto de simetría en las 3D y c) de clasificaciones básicas: hacen clasificaciones por cualidades no intrínsecas de los sólidos o, incluso, tienen dificultades para comparar.

En la línea de Seah (2015), alertamos que el conocimiento común, así como tampoco el conocimiento ampliado del contenido de los futuros maestros de Educación Infantil, pueden no ser suficientes para llevar a cabo procesos óptimos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, pues la búsqueda de semejanzas y diferencias es un contenido fundamental del currículo de tres a seis años y ellos mismos no las hallan en los sólidos. Por lo que se refiere al especializado, la perspectiva perceptual domina a aspectos conceptuales (Bernabeu et al., 2017; Gonzato et al., 2013; Larios et al., 2017) y, por tanto, los razonamientos de los futuros maestros no son los deseables. Dado que este trabajo nos ha proporcionado información sobre los niveles de Van Hiele de los futuros maestros, en líneas futuras de investigación nos proponemos diseñar una colección de tareas WODB propias para cada nivel y, así, poder identificar niveles de razonamiento geométrico en los estudiantes y progresar en ellos.

Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el grupo S36_17D - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo).

Referencias

Albano, G. e Iacono, U. D. (2019). A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: some case studies. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, *16*(4), 1-12.

Astolfi, J. P. (1999). *El "error", un medio para enseñar*. Sevilla: Diada Editora.

Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 147-156). Zaragoza: SEIEM.

Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). Zaragoza: SEIEM.

Bocco, M. y Canter, C. (2010). Errores en geometría: clasificación e incidencia en un curso preuniversitario. *Revista Iberoamericana de Educación, 53*(2), 1-13.

Breda, A., Pino-Fan, L. R. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*(6), 1893-1918.

Danielson, C. (2016). *Which One Doesn't Belong? A Shapes Book*. Portland, EE.UU.: Stenhouse Publishers.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37-51). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México, D. F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Estrada, A., Batanero, C. y Lancaster, S. (2011). Teachers' attitudes towards statistics. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.). *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp.163-174). Dordrecht, Países Bajos: Springer.

Flores, A. H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática, 19*(1), 63-98.

Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. *ALME, 31*(1), 749-756.

Franchi, L. y Hernández, A. I. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. *Educere, 8*(24), 63-71.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, … y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90-113.

Godino, J. D. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada.

Gonzato, M., Godino, J. D., Contreras, Á. y Fernández, T. (2013). Conocimiento especializado de futuros maestros de primaria sobre visualización de objetos tridimensionales. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 311-318). Bilbao: SEIEM.

Gonzato, M., Godino, J. D. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática, 23*(3), 5-37.

Guillén, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Valencia, Valencia.

Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación Matemática, 16*(3), 103-125.

Gutiérrez, Á. (2012). Investigar es evolucionar: un ejemplo de investigación en procesos de razonamiento. En N. Planas (Coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 43-59). Barcelona: Graó.

Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (1995). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. México D. F., México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED, 32*, 55-70.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ª ed.). Ciudad de México, México: McGrawHill.

Larios, V., Pino-Fan, L. R. y González, N. (2017). Esquemas argumentativos de estudiantes de secundaria en ambientes de geometría dinámica. *AIEM, 12*, 39-57.

Larsen, J. (2016). Negotiating meaning: A case of teachers discussing mathematical abstraction in the blogosphere. En M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil y J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 331–338). Tucson, EE.UU.: The University of Arizona.

Larsen, J. (2017). What mathematics teachers seek when approaching professional learning through social media. En V. Guyevskey y A. Rouleau (Eds.), *MEDS-C 2017. Proceedings of the 12th annual Mathematics Education Doctoral Students Conference* (pp. 66–73). Burnaby, Canadá: Simon Fraser University.

Larsen, J. y Liljedahl, P. (2017). Exploring generative moments of interaction between mathematics teachers on social media. En B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh y B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp. 129-136). Singapur: PME.

Movshovitz-Hadar, N., Zaslavski, O. e Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(1), 3-14.

Patkin, D. (2015). Various ways of inculcating new solid geometry concepts. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 3*(2), 140-154.

Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma, 36*(1), 87-109.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 10*(3), 163-172.

Seah, R. (2015). Understanding geometric ideas: Pre-Service primary teachers' knowledge as a basis for teaching. En M. Marshman, V. Geiger y A. Bennison (Eds.), *Mathematics education in the margins. Proceedings of the 38th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 571- 578). Sunshine Coast, Australia: MERGA.

Tovar, E. D. y Mayorga, L. (2015). Errores en el aprendizaje de figuras y cuerpos geométricos en educación media general. *Revista Ciencias de la Educación, 25*(45), 174-186.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Londres, Reino Unido: Academic Press.