

ANÁLISIS DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA DE LA PROBABILIDAD EN EL PROGRAMA CURRICULAR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PERUANA

ANALYSIS OF THE DIDACTIC SUITABILITY OF PROBABILITY IN THE PERUVIAN SECONDARY EDUCATION CURRICULUM

Bethzabe Cotrado, María Burgos, Pablo Beltrán-Pellicer

Universidad Nacional del Altiplano. (Perú), Universidad de Granada. (España), Universidad de Zaragoza. (España)

bcotrado@unap.edu.pe, mariaburgos@ugr.es, pbeltran@unizar.es

Resumen

En este trabajo aplicamos los criterios e indicadores de idoneidad didáctica al análisis del Programa Curricular de Educación Secundaria peruana en probabilidad. La investigación tiene un enfoque cualitativo, y la metodología empleada es el análisis de contenido apoyado en las categorías del EOS. Los resultados muestran una priorización del significado clásico y frecuencial sobre el significado intuitivo. Se proponen situaciones de comprobación experimental relacionados al significado clásico y frecuencial de la probabilidad, sin sugerir procedimientos de experimentación y simulación. Además, se presta una limitada atención a los conocimientos previos sobre experimento aleatorio y estimación frecuencial, lo que puede ocasionar dificultades y sesgos de razonamiento probabilístico. Finalmente se observa en el programa curricular carencias en lo que respecta a la dimensión afectiva, participación interactiva y el uso de recursos manipulativos e informáticos en probabilidad.

Palabras clave: análisis didáctico, currículo, enfoque ontosemiótico, probabilidad.

Abstract

In this work, we apply the criteria and indicators of didactic suitability to the analysis of the Peruvian secondary education curricular syllabus in probability. The research has a qualitative approach, and the methodology used is content analysis based on the Onto-Semiotic Approach (OSA) categories. The results show a given priority to classical and frequency meaning over intuitive meaning. Situations of experimental proof related to the classical and frequency meaning of probability are proposed, without suggesting experimentation and simulation procedures. In addition, limited attention is paid to prior knowledge on random experiment and frequency estimation, what can cause difficulties and probabilistic reasoning biases. Finally, some deficiencies are observed in the curricular syllabus with regard to the affective dimension, interactive participation and the use of manipulative and computer resources in probability.

Key words: didactic analysis, curriculum, onto-semiotic approach, probability.

■ Introducción

Durante las últimas décadas viene cobrando fuerza a nivel internacional la incorporación del análisis de datos y la probabilidad como estándares de contenido desde los primeros niveles educativos (Batanero y Borovcnik, 2016). El currículum escolar peruano no es ajeno a esta demanda, y así, la integración y consolidación del bloque estadística y probabilidad, desde el primer ciclo educativo, persigue promover la competencia en resolución de problemas de gestión de datos e incertidumbre. En ese contexto, surge la necesidad de analizar los textos normativos curriculares que condicionan y constituyen un referente para organizar la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad.

Desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007) se asume que la Didáctica de las Matemáticas debe aportar conocimientos descriptivos y explicativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de temas específicos que ayuden a comprender dichos procesos, así como orientar de manera fundamentada posibles cambios y mejoras progresivas. En este marco, se ha introducido la noción de idoneidad didáctica como un criterio sistémico de pertinencia que amplía el análisis y valoración del grado de adecuación de un proceso de estudio planificado o implementado en educación matemática (Godino, 2013). Analizar la idoneidad didáctica de textos o documentos normativos curriculares permite reflexionar de manera sistemática y detallada sobre la relación coherente entre los significados de referencia, sus propiedades y características relativos al nivel educativo, considerando los conocimientos didáctico-matemáticos sobre un determinado tema. También supone indagar si la normativa es acorde a los niveles cognitivos, necesidades, intereses y diversidad de los estudiantes.

Teniendo esto en cuenta, en este trabajo revisamos, describimos y aplicamos los indicadores de idoneidad didáctica necesarios a tomar en consideración para analizar y valorar un texto normativo curricular en relación a la probabilidad.

■ Marco teórico

En el marco del EOS, se define la idoneidad didáctica de un proceso de estudio (o una parte de este) como el grado en que dicho proceso reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado. Supone la adaptación de los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Para que un proceso de estudio logre un grado de idoneidad adecuada se requiere la articulación coherente y sistémica de aspectos que conciernen a las distintas facetas que afectan a los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino, 2013). Así, puede hablarse de:

- *Idoneidad epistémica*, requiere una adecuada representatividad de los significados institucionales pretendidos respecto a un significado de referencia.
- *Idoneidad cognitiva*, que refiere al grado en que los significados implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos.
- *Idoneidad afectiva*, que expresa el grado de implicación (interés, motivación, etc.) del alumnado en el proceso de instrucción.
- *Idoneidad interaccional*, que indica el grado en que los tipos de configuraciones didácticas implementadas y su articulación permiten identificar y resolver los conflictos semióticos potenciales que se producen durante el proceso de instrucción.
- *Idoneidad mediacional*, como grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios en el proceso de enseñanza aprendizaje.
- *Idoneidad ecológica*, que concierne al ajuste pertinente del currículo a las condiciones de la sociedad y entorno socio-profesional.

Para dotar de operatividad a cada una de estas dimensiones, Godino (2013) estableció unos criterios e indicadores de idoneidad empírica que sirven de guía de análisis y valoración de procesos de estudio planificados o implementados en cualquier nivel educativo. Puesto que nuestro objetivo es analizar un texto normativo curricular en el tema de la probabilidad, aplicaremos la guía de valoración de idoneidad didáctica (GVID) en probabilidad a partir de la revisión y adecuación de los criterios e indicadores desarrolladas en Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018).

■ Metodología

Seguimos una investigación de enfoque cualitativo, donde se analiza el documento normativo curricular de educación secundaria de Perú con la técnica del análisis de contenido, apoyado en el uso de las categorías del EOS. Como sugieren Godino, Rivas y Arteaga (2012), el análisis de contenido de propuestas curriculares permite la mejora progresiva de los instrumentos de evaluación de la idoneidad de procesos de instrucción matemática.

Centramos nuestra atención en el bloque de gestión de datos e incertidumbre del ciclo VI del Programa Curricular de Educación Secundaria (PCES), que concierne a estudiantes de primer y segundo grado. El contenido del texto curricular se divide en unidades de análisis que consisten en fragmentos, expresiones o enunciados que se relacionan con los indicadores de cada componente de la GVID en probabilidad. Seguidamente, estas unidades de análisis son codificadas mediante letras iniciales y dígitos numéricos (ver Anexo). Por ejemplo, el código NC3 Nivel de competencia del ciclo 3 y el código DG1.1 Desempeño de primer grado 1. Para su estudio, cada unidad analítica codificada fue clasificada según las facetas y componentes propuestas en la Teoría de la Idoneidad Didáctica.

■ Indicadores de idoneidad didáctica para la probabilidad en educación secundaria

En esta sección se revisan y adecuan los criterios e indicadores de idoneidad didáctica de procesos de estudio de probabilidad sobre la base de Beltrán-Pellicer et al. (2018), para aplicar al análisis de contenido de textos normativos curriculares.

Indicadores de idoneidad epistémica

Los indicadores de idoneidad epistémica miden aspectos que conducen a la representatividad de los significados institucionales pretendidos respecto a un significado de referencia. En ese sentido, las normativas curriculares escolares deben incluir los significados de referencia de la probabilidad: intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico (Batanero, 2005; Batanero y Borovcnik, 2016; Beltrán-Pellicer et al., 2018), en tanto cada significado comporta sistemas de prácticas (operativas y discursivas) y objetos matemáticos (situaciones-problemas, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones) diferentes (Batanero, 2005; Batanero y Godino, 2002; Beltrán-Pellicer et al., 2018).

Así, los programas curriculares deben: a) proponer el uso y el planteamiento de situaciones-problemas reales o virtuales que muestren y relacionen los diferentes significados de la probabilidad y permitan que el estudiante genere, experimente y simule problemas sobre experiencias aleatorias (problematización); b) destacar el papel central de los registros lingüísticos y el uso diferenciado de las diversas representaciones específicas de la probabilidad como son las expresiones verbales, simbólico-numéricas, tabulares y gráficas (Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras, 2013); c) comprender la probabilidad como sistema interconectado de reglas (definiciones, procedimientos y proposiciones), aceptando la diversidad de los significados de la probabilidad; d) reconocer la importancia de la argumentación como medio para demostrar o justificar las proposiciones y procedimientos de solución en el que puede o no manifestarse un razonamiento inductivo o deductivo.

Indicadores de idoneidad cognitiva

Los indicadores de idoneidad cognitiva consideran aquellos factores que permitan lograr una adaptación progresiva de los significados institucionales pretendidos a los significados personales previos y logrados de los estudiantes (Godino, 2013). Así, un programa curricular ha de contemplar los conocimientos previos, el progreso en los aprendizajes y la adaptación curricular a las diferencias individuales. En particular, esto supone fijar las maneras progresivas de conocer y comprender la probabilidad. Al respecto, Batanero y Godino (2002), Serrano, Batanero y Cañizares (1999) señalan que el primer paso para enseñar de forma comprensiva la probabilidad implica el entendimiento correcto del concepto de aleatoriedad y diferenciar fenómenos aleatorios de los deterministas. El segundo paso, es que pueda estimar la probabilidad de los sucesos en una serie de experimentos e identificar qué sucesos aparecen con mayor y menor frecuencia (Batanero y Godino, 2002). Las investigaciones muestran que las intuiciones en relación a la frecuencia relativa mejoran con la edad, especialmente en “casos donde las predicciones tienen algún resultado práctico” (Godino, Batanero y Cañizares, 1996, p. 45). En las operaciones formales el cálculo de la probabilidad tiene rápida aceptación, incluso cuando las fracciones a comparar tienen diferentes denominadores (Batanero y Godino, 2002).

Conforme a la progresión gradual de los aprendizajes de probabilidad que se van desarrollando de acuerdo con niveles educativos, también van surgiendo distintos sesgos y errores usuales de razonamiento probabilístico que deben ser considerados en las normativas curriculares. Algunos de estos sesgos, como son la representatividad y equiprobabilidad pueden dificultar la asimilación de conceptos y la interpretación incorrecta de los enunciados en probabilidad al menos en el nivel educativo secundaria (Godino et al., 1996).

Finalmente, para valorar el progreso y las dificultades de los aprendizajes en los diferentes significados de la probabilidad las normas curriculares deben promover el uso de diversos instrumentos que permitan evaluar los niveles de comprensión de la probabilidad.

Indicadores de idoneidad afectiva

En este caso, se trata de analizar de qué manera la normativa curricular tiene en cuenta los intereses y necesidades de los estudiantes en relación a sus emociones, actitudes y creencias que interactúan de manera cíclica durante el proceso de resolución de una situación-problema (Gómez, 2000). Esto supone: promover en el programa curricular orientaciones de búsqueda, selección y adaptación de situaciones reales que generen interés y tengan utilidad en la vida cotidiana del estudiante, así como, impulsar la organización y gestión del aula para favorecer la autoestima, participación, perseverancia y responsabilidad en las actividades del estudiante evitando el rechazo y miedo a las matemáticas. Orientar el desarrollo gradual de los significados de la probabilidad, como ya hemos mencionado, tiene mucho que ver con las creencias y emociones de los estudiantes, ya que este primer filtro podría generar actitudes positivas en los comportamientos de los estudiantes frente a situaciones estocásticas.

Indicadores de idoneidad interaccional

Los indicadores de idoneidad interaccional guían la reflexión sobre las formas interactivas entre docente y estudiantes o entre estudiantes. Los programas curriculares deben reconocer el papel de los diversos tipos de diálogo (crítico, reflexivo) para guiar la interacción comunicativa en el aula (Schwarz, Dreyfus, Hadas y Hershkowitz, 2004). Durante la interacción comunicativa y activa, los estudiantes son estimulados a realizar situaciones-problemas de experimentación y simulación con materiales manipulativos y softwares (Ortiz y Serrano, 2008). El uso adecuado de estas herramientas didácticas posibilita la argumentación y elaboración de juicios probabilísticos de forma colaborativa, a medida que se desarrollan y articulan los diferentes significados de probabilidad (Batanero, 2005).

Indicadores de idoneidad mediacional

En este caso, los programas curriculares deben promover la pertinencia y el oportuno uso de los recursos manipulativos e informáticos, así como las condiciones del aula, la ratio de los estudiantes y la gestión del tiempo de enseñanza y aprendizaje. Entre los recursos didácticos manipulativos destacan los dados, monedas, barajas de carta, ruletas, tablas de números aleatorios, calculadoras y entre otros (Godino et al., 1996). Por otro lado, cobran importancia los recursos virtuales o applet interactivos y los softwares que varían desde la exploración de conceptos básicos de probabilidad hasta representaciones de mayor nivel de formalidad y abstracción (Inzunza, 2013). Como señalan Beltrán-Pellicer et al. (2018), el número de alumnos y el horario son variables más pedagógicas que didácticas, aunque influyen directamente en la enseñanza y aprendizaje de conocimientos matemáticos.

Indicadores de idoneidad ecológica

Los indicadores de idoneidad ecológica establecen pautas observables en relación a la adaptación y conexión de un proceso de estudio a las normas curriculares (fijan los campos temáticos, su implementación y evaluación), tecnológicas (establecen orientaciones basadas en la investigación e integración de nuevas tecnologías de información y comunicación), socio-culturales (contribuyen a la formación de ciudadanos competentes y comprometidos con el desarrollo social en situaciones de incertidumbre) y axiológicas (contemplan la formación en valores democráticos y pensamiento crítico-reflexivo). Toda esta diversidad de factores condiciona la adaptación y conexión del proceso de estudio a otras disciplinas y entre niveles educativos, favoreciendo la alfabetización probabilística (Gal, 2005).

■ **Análisis del programa curricular en probabilidad**

En este apartado mostramos la aplicación de los criterios e indicadores de la GVID en probabilidad al caso de un programa curricular escolar peruano.

Faceta epistémica

En esta faceta contemplamos los cinco componentes: situaciones-problema, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones, de análisis para la idoneidad epistémica del currículo.

Situaciones – problema

El programa curricular de manera general y normativa anuncia que en el área de matemática “el marco teórico y metodológico que orienta la enseñanza y el aprendizaje corresponde al enfoque centrado en la resolución de problemas” (MINEDU, 2016, p. 148). En ese sentido, expresa que “Toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de situaciones” (MINEDU, 2016, p. 148).

La expresión atribuye un papel central a la resolución de problemas refiriéndose a cualquier contenido matemático, que también es válida para la probabilidad. Pero, para referirse de forma específica a la probabilidad el programa curricular menciona que el estudiante del ciclo VI al resolver problemas:

Expresa la probabilidad de un evento aleatorio como decimal o fracción, así como su espacio muestral; e interpreta que un suceso seguro, probable e imposible, se asocia a los valores entre 0 y 1. Hace predicciones sobre la ocurrencia de eventos y las justifica (MINEDU, 2016, p. 172).

Dicho enunciado propone situaciones-problemas que no directamente están relacionados con algún significado de la probabilidad, por lo cual podría referirse al significado clásico, frecuencial o intuitivo. Sin embargo, en las

expresiones referidas a los desempeños DG1.1 al DG1.5 de primer grado y en DG2.1 al DG2.5 de segundo grado, se pueden fijar la muestra de situaciones-problemas que a continuación se resume en la siguiente tabla.

Tabla 1. *Situaciones-problemas identificados en el PCES según los significados de la probabilidad*

<i>Situaciones-problemas</i>	Significados			Ciclo VI	
	Clásico	Frecuencial	Intuitivo	1°	2°
Reconocer las condiciones que definen una situación aleatoria	x	x	x	x	x
Expresar el valor de la probabilidad como más o menos probable	x	x		x	
Determinar el espacio muestral	x	x	x		x
Expresar el valor de la probabilidad como seguro, probable o imposible	x	x	x		x
Determinar la probabilidad de sucesos con la regla de Laplace o el cálculo de su frecuencia relativa	x	x		x	x
Interpretar información de diversos textos con valores de situaciones aleatorias	x	x	x	x	x
Plantear afirmaciones o conclusiones sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos	x	x	x	x	x

Elaboración propia.

En la Tabla 1 se proponen situaciones de comprobación experimental relacionadas con el significado clásico, frecuencial e intuitivo de la probabilidad, sin sugerir situaciones que impliquen experimentación y simulación. De igual forma, no se observan situaciones donde el estudiante problematice; el currículo sólo expresa de manera general que “Los problemas que resuelven los estudiantes pueden ser planteados por ellos” (MINEDU, 2016, p. 148).

Lenguajes/representaciones

En el programa curricular las representaciones y registros lingüísticos de la probabilidad se proponen mediante la capacidad “Representa datos con gráficos y medidas probabilísticas” (MINEDU, 2016, p. 170). También, en DG1.2 y DG2.2 se sugiere que el estudiante al resolver problemas de incertidumbre, “Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre (...) el valor de la probabilidad ...” (p. 277). Dicho enunciado refleja una orientación general sobre el lenguaje de la probabilidad, cuando es necesario reconocer el uso diferenciado y específico de las expresiones verbales, simbólico-numéricos, tabulares y gráficos para describir experiencias aleatorias (Gómez et al., 2013). Aun así, en los enunciados referidos al NC6 y desempeños de primer (DG1.1, DG1.3, DG1.4 y DG1.5) y segundo grado (DG2.1, DG2.3, DG2.4 y DG2.5) identificamos expresiones verbales, simbólico-numéricos (enteros, decimales, fracciones y porcentajes), gráficos (barras, circulares, histogramas) y tabulares adecuados al nivel educativo al que se dirigen.

Reglas (definiciones y procedimientos)

En el programa curricular los segmentos que hacen referencia a los conceptos-definiciones y procedimientos se expresan en las capacidades, en la descripción de niveles de competencia (NC6) y en los desempeños de primer (DG1.1 al DG1.5) y segundo grado (DG2.1 al DG2.5). A continuación, resumimos en la siguiente tabla:

Tabla 2. Reglas identificadas en el PCES según los significados de la probabilidad.

Reglas	Significados			Ciclo VI	
	Clásico	Frecuencial	Intuitivo	1°	2°
<i>Conceptos-definiciones</i>					
Situación aleatoria	X	X	X	X	X
Espacio muestral	X	X	X		X
Sucesos, sucesos simples	X	X	X	X	X
Suceso seguro, probable e imposible	X	X	X		X
Probabilidad	X	X	X	X	X
Frecuencia, frecuencia relativa		X		X	X
<i>Procedimientos</i>					
Identificación de las condiciones de una situación aleatoria	X	X	X	X	X
Comparar valores de la probabilidad	X	X	X	X	X
Enumeración de sucesos elementales	X	X	X	X	X
Aplicación de la regla de Laplace	X	X		X	X
Representación simbólica o gráfica.	X	X	X	X	X
Lectura de tablas, gráficos y textos con situaciones aleatorias	X	X	X	X	X
Relacionar el valor de la probabilidad con suceso seguro, probable o imposible	X	X	X		X
Cálculo de la frecuencia relativa y porcentaje		X		X	X
<i>Proposiciones</i>					
Regla de Laplace	X	X		X	X
La frecuencia relativa de un suceso varía entre 0 y 1		X		X	X
La probabilidad de un suceso se asocia a un número entre 0 y 1	X	X		X	X
El suceso seguro siempre ocurre y el suceso imposible nunca se verifica	X	X	X		X

Elaboración propia.

Los conceptos-definiciones y proposiciones que se muestran en la tabla son coherentes al nivel educativo al que se dirigen. Solo se echa en falta las definiciones de experimento determinista, equiprobabilidad y estimación en primer grado y suceso compuesto en segundo grado. En cuanto a los procedimientos no se ha identificado, la comparación cualitativa de probabilidades y la aplicación de técnicas combinatorias sencillas (tablas y diagramas de árbol). Respecto al significado frecuencial, solo se propone procedimientos de naturaleza estadística, mas no procedimientos de experimentación, estimación y simulación, los cuales son sugeridos para este nivel educativo según los criterios de la GVID en probabilidad.

Argumentos

El programa señala que cuando el estudiante de primer y segundo grado resuelve problemas:
“Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida” (MINEDU, 2016, p. 170).

Plantea afirmaciones o conclusiones sobre (...) la probabilidad de ocurrencia de sucesos (MINEDU, 2016, p. 173).

Plantea afirmaciones o conclusiones sobre (...) la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio. Las justifica usando la información obtenida, y sus conocimientos estadísticos y probabilísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige (MINEDU, 2016, p. 173).

En estas expresiones se propone el empleo de argumentos para afirmar o concluir la probabilidad de ocurrencia de sucesos y justificar sus conocimientos y errores probabilísticos. No encontramos enunciados que refieran al uso de los tipos de argumentos para justificar una propiedad o proposición sobre conceptos y procedimientos.

Significados y relaciones

En la descripción del NC6, así como en las expresiones relativos a los desempeños de primer y segundo grado podemos identificar objetos matemáticos como lenguajes (simbólico y verbal), conceptos-definiciones (situación aleatoria, espacio muestral y tipos de suceso) y argumentos (justifica sobre la ocurrencia de eventos) que están relacionados y conectados entre sí. Pero, la articulación de los significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico) por medio de objetos asimilables a cada uno de ellos no se identifican claramente.

Faceta cognitiva

En relación con aspectos cognitivos, el programa curricular menciona de forma general que:
“(...) resolver problemas (...) demanda desarrollar un proceso de indagación y reflexión social e individual que les permita superar las dificultades u obstáculos que surjan en la búsqueda de la solución” (MINEDU, 2016, p. 148).

“Los estudiantes aprenden por sí mismos cuando son capaces de autorregular su proceso de aprendizaje y de reflexionar sobre sus aciertos, errores, avances” (MINEDU, 2016, p. 148).

Estos enunciados hacen referencia a promover procesos metacognitivos teniendo en cuenta las diferencias individuales y evaluación de aprendizajes de los estudiantes, que también son válidos para la probabilidad.

El programa no refleja de forma explícita expresiones que sugieren el tratamiento de los conocimientos previos para estudiantes de ciclo VI. Sin embargo, establece diferentes niveles de competencia (NC3, NC4, NC5, NC6, NC7 y NCD) donde se plantean elementos lingüísticos y conceptos esperados al finalizar cada ciclo escolar desde la educación primaria hasta después de culminar la educación secundaria. En ningún caso, se propone de forma explícita tratar la aleatoriedad como un objeto de enseñanza, ni diferenciar lo aleatorio de lo determinista (Batanero y Godino, 2002).

Suponiendo, que el concepto de aleatoriedad ha sido comprendido, el siguiente tema a tratar son las estimaciones de las frecuencias relativas. Al respecto, en las expresiones de los niveles de competencia NC3, NC4, NC5 y NC6 no se tiene claro si el estudiante debe realizar experimentos donde se puedan estimar frecuencias relativas. Lo dicho se refleja también en los desempeños de primer grado, donde se propone que el estudiante al resolver problemas:
“(...) compara las frecuencias de sus sucesos y representa su probabilidad a través de la regla de Laplace o representa su probabilidad mediante su frecuencia dada en porcentajes” (MINEDU, 2016, p. 172).

Esta expresión da a entender que la frecuencia relativa ya fue trabajada o es conocida por los estudiantes de primer grado de educación secundaria, cuando su tratamiento refleja posibles limitaciones durante la educación primaria. Así pues, el programa curricular presenta atención restringida a los conocimientos previos, así como expresiones

que no hacen referencia a los sesgos de razonamiento más comunes de probabilidad: equiprobabilidad y representatividad (Godino et al., 1996; Serrano et al., 1999).

Faceta afectiva

Respecto a los intereses y necesidades de los estudiantes, el currículo indica que se deben diseñar o seleccionar situaciones que respondan a los intereses de los estudiantes, expresando que resolver problemas de incertidumbre consiste en:

“que el estudiante analice datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida” (MINEDU, 2016, p. 170).

Si bien el currículo no muestra evidencias específicas sobre emociones, actitudes y creencias de los estudiantes hacia las situaciones aleatorias, sí se registra de manera general para toda el área de la matemática que: “Las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsoras del aprendizaje” (MINEDU, 2016, p. 148).

Faceta interaccional

El programa curricular propone la interacción docente – discente, mediante la expresión “Comunica su comprensión de los conceptos probabilísticos” (MINEDU, 2016, p. 170), promoviendo instancias para compartir e interactuar a partir del mejor argumento. También mediante los desempeños DG1.5 y DG2.5 hace mención a sustentar conclusiones o decisiones de los conocimientos e información obtenida durante el proceso de resolución de problemas. Sin embargo, no se ofrecen orientaciones para guiar la interacción comunicativa entre estudiantes, ni para favorecer la inclusión en el grupo evitando la exclusión.

Faceta mediacional

El uso de recursos materiales manipulativos e informáticos no se explicita directamente para la probabilidad en el currículo; aunque, mediante la expresión “(...) usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos” (MINEDU, 2016, p. 170), se puede inferir la orientación del uso de recursos que permitirán viabilizar el cálculo de medidas probabilísticas. No se observan indicaciones sobre el número de estudiantes, horario, tiempo y condiciones del aula que también corresponden al aspecto mediacional.

Faceta ecológica

El currículo cuenta con dos competencias transversales que pueden ser desarrolladas y promovidas en las diferentes áreas curriculares: “Se desenvuelve en entornos virtuales generados por las TIC” y “Gestiona su aprendizaje de manera autónoma” (MINEDU, 2016, p. 29). Con la primera se pretende integrar las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) al desarrollo de actividades de aprendizaje de todas las áreas curriculares y la segunda contempla la formación autónoma del estudiante. Los valores y principios en el currículo son viabilizados mediante los enfoques transversales, en donde se establecen valores y actitudes que operan en distintas interacciones que involucran a docentes, discentes y otros actores educativos. Si bien los indicadores de esta faceta no se mencionan directamente en el área de la matemática, ni en el contenido específico de la probabilidad, se pueden evidenciar en el currículo en las orientaciones generales para cualquier área.

■ Conclusiones

En esta investigación abordamos la problemática de analizar la pertinencia del proceso de enseñanza y aprendizaje previsto en el PCES de Perú en el tema de la probabilidad. Para ello, revisamos y adecuamos los indicadores en la GVID en las diferentes facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica.

En la faceta epistémica, hemos observado en el programa curricular, cierta distinción por el significado clásico y frecuencial sobre el intuitivo, a partir de las situaciones-problemas, conceptos-definiciones, procedimientos y proposiciones que se relacionan con cada uno. En toda la educación secundaria, no se promueve que el propio estudiante plantee problemas sobre experimentos aleatorios y simulaciones, pero sí el uso de los diferentes registros y representaciones para describir y determinar las condiciones de las situaciones aleatorias. Se echan en falta definiciones fundamentales en ambos significados, así como procedimientos de comparación cualitativa de probabilidades, aplicación de técnicas combinatorias sencillas (tablas y diagramas de árbol) y estabilidad de frecuencias relativas, que también son adecuados para este nivel educativo (Batanero y Godino, 2002).

Por otro lado, la verificación de los indicadores que caracterizan la idoneidad cognitiva nos permite concluir que en el programa curricular se presta una atención limitada al tratamiento de los conocimientos previos de aleatoriedad, estimación frecuencial y a los errores y sesgos de probabilidad al enfatizar el significado clásico y frecuencial de la probabilidad.

En lo afectivo, el currículo solo menciona de manera general para toda el área de la matemática que las emociones, actitudes y creencias son fuerzas que impulsan el aprendizaje. En lo interaccional, se insiste en la comunicación del razonamiento probabilístico y actuación a partir del mejor argumento. En lo mediacional se observa una ligera orientación sobre el uso de estrategias y recursos que permitirán viabilizar el cálculo de medidas probabilísticas.

Por consiguiente, el análisis de idoneidad didáctica del PCES en probabilidad nos ha permitido evidenciar algunos puntos críticos y de mejora que el profesor debe conocer y tener en cuenta a la hora de diseñar e implementar procesos instruccionales.

■ Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado dentro del proyecto PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033 y del grupo S60_20R - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo).

■ Referencias

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247-263
- Batanero, C., y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Batanero, C., y Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D., y Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 526-548.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G.A. Jones (Ed.) *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-64). New York: Springer.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8 (11), 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1996). *Azar y probabilidad: Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D, Rivas, H. y Arteaga, P. (2012) Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, 7 (2), 331-354.

- Gómez, I. M. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático* (Vol. 83). Madrid: Narcea Ediciones.
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C., y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 35, 75-91.
- Inzunsa, S. (2013). Simulación y modelos en la enseñanza de la probabilidad: un análisis del potencial de los applets y la hoja de cálculo. *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*, 9-29.
- MINEDU (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima-Perú.
- Ortiz, J. J., y Serrano, L. (2008). La simulación de la Estadística y la Probabilidad en los libros de texto de Educación Secundaria. *Publicaciones*, (38), 49-61.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. y Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. En M.J. Hoines y A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (pp. 169-176). Bergen: Norway.
- Serrano, L., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1999). Concepciones sobre distribuciones aleatorias planas en alumnos de secundaria. *Epsilon*, 43(44), 149-162.

■ Anexo. Síntesis de códigos y unidades de análisis del Programa Curricular de Educación Secundaria en probabilidad

Códigos	Unidades de análisis
	Descripción de nivel de desarrollo de la competencia esperada por ciclo
NC3	Expresa la ocurrencia de sucesos cotidianos usando las nociones de posible o imposible y justifica su respuesta.
NC4	Expresa la ocurrencia de sucesos cotidianos usando las nociones de seguro, más probable, menos probable, y justifica su respuesta.
NC5	Realiza experimentos aleatorios, reconoce sus posibles resultados y expresa la probabilidad de un evento relacionando el número de casos favorables y el total de casos posibles. Elabora y justifica predicciones, decisiones y conclusiones, basándose en la información obtenida en el análisis de datos o en la probabilidad de un evento.
NC6	Resuelve problemas en las que (...). Expresa la probabilidad de un evento aleatorio como decimal o fracción, así como su espacio muestral; e interpreta que un suceso seguro, probable e imposible, se asocia a los valores entre 0 y 1. Hace predicciones sobre la ocurrencia de eventos y las justifica
NC7	Expresa la ocurrencia de sucesos dependientes, independientes, simples o compuestos de una situación aleatoria mediante la probabilidad, y determina su espacio muestral; interpreta las propiedades básicas de la probabilidad de acuerdo a las condiciones de la situación; justifica sus predicciones con base a los resultados de su experimento o propiedades.
NCD	Resuelve problemas referidos a situaciones aleatorias (...). Interpreta la información sobre (...) la probabilidad condicional.
	Desempeños de primer grado de secundaria
DG1.1	Determina las condiciones de una situación aleatoria, compara la frecuencia de sus sucesos y representa su probabilidad a través de la regla de Laplace (valor decimal) o representa su probabilidad mediante su frecuencia dada en porcentajes. A partir de este valor, determina si un suceso es más o menos probable que otro.
DG1.2	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre (...) el valor de la probabilidad para caracterizar como más o menos probable la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
DG1.3	Lee tablas y gráficos de barras o circulares, así como diversos textos que contengan valores (...) o descripciones de situaciones aleatorias, para comparar e interpretar la información que contienen. A partir de ello, produce nueva información.
DG1.4	Selecciona y emplea procedimientos para determinar (...) la probabilidad de sucesos simples de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace o el cálculo de su frecuencia relativa expresada en porcentaje. Revisa sus procedimientos y resultados.

DG1.5	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre (...) la probabilidad de ocurrencia de sucesos. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y los corrige.
Desempeños de segundo grado de secundaria	
DG2.1	Determina las condiciones y el espacio muestral de una situación aleatoria, y compara la frecuencia de sus sucesos. Representa la probabilidad de un suceso a través de la regla de Laplace (valor decimal) o representa su probabilidad mediante su frecuencia relativa expresada como decimal o porcentaje. A partir de este valor determina si un suceso es seguro, probable o imposible de suceder.
DG2.2	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre (...) sobre el significado del valor de la probabilidad para caracterizar como segura o imposible la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
DG2.3	Lee tablas y gráficos (...) así como diversos textos que contengan valores de (...) de situaciones aleatorias, para comparar e interpretar la información que contienen y deducir nuevos datos. A partir de ello, produce nueva información.
DG2.4	Selecciona y emplea procedimientos para determinar (...) la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace o el cálculo de su frecuencia relativa expresada como porcentaje. Revisa sus procedimientos y resultados.
DG2.5	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre (...) la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio. Las justifica usando la información obtenida, y sus conocimientos estadísticos y probabilísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

