

Idoneidad Didáctica de Materiales Curriculares Oficiales Peruanos de Educación Secundaria en Probabilidad

Didactic Suitability of Official Peruvian Secondary Education Curriculum Materials in Probability

Bethzabe **Cotrado***

 ORCID iD 0000-0002-0071-7242

María **Burgos****

 ORCID iD 0000-0002-4598-7684

Pablo **Beltrán-Pellicer*****

 ORCID iD 0000-0002-1275-9976

Resumen

Los materiales curriculares constituyen un puente entre el currículo previsto y el implementado en el aula, mediando en el aprendizaje de los estudiantes. Por tanto, desde la investigación educativa se debe estudiar su grado de adecuación a los procesos de enseñanza planificados. Valorar la pertinencia de estos materiales requiere desarrollar instrumentos que guíen la reflexión en las diferentes dimensiones de los procesos de estudio de las matemáticas. Presentamos una revisión sistemática de los indicadores de idoneidad didáctica para valorar los procesos instruccionales sobre probabilidad en el marco del Enfoque Ontosemiótico, con la finalidad de elaborar una guía para evaluar materiales curriculares peruanos de Educación Secundaria (estudiantes de doce y trece años) en dicho contenido. Dicho instrumento se aplica para analizar las fichas dedicadas a probabilidad de dos cuadernos de trabajo, elaborados por la misma institución de la que emana la normativa curricular. Se sigue una metodología cualitativa, empleando la técnica de análisis de contenido apoyada en las categorías del Enfoque Ontosemiótico. El análisis de las fichas de trabajo ha permitido identificar puntos críticos que deben considerarse para optimizar su uso en el aula: desajuste de contenidos con las directrices curriculares; predominio del significado clásico frente al frecuencial; ausencia de articulación del significado clásico con otros significados como el intuitivo o subjetivo; falta de situaciones que impliquen experimentación y simulación con manipulativos o *software*; escasez de contextos para desarrollar la alfabetización probabilística más allá de los juegos de azar y ausencia de tareas grupales que favorezcan la interacción entre estudiantes.

Palabras clave: Currículo. Enfoque ontosemiótico. Materiales curriculares. Probabilidad.

Abstract

* Máster por la Universidad de Granada (UGR) en Didáctica de la Matemática. Máster por la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB) en Investigación Educativa. Profesora de Matemáticas y Computación en la Facultad de Educación, Comunicación y Humanidades de la Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann (UNJBG), Perú. E-mail: bcotradom@unjbg.edu.pe.

** Doctora en Matemáticas por la Universidad de Almería (UAL) y en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Granada (UGR). Profesora en el área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada (UGR), España. E-mail: mariaburgos@ugr.es.

*** Doctor por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Profesor en el área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Zaragoza (UZ), España. E-mail: pbeltran@unizar.es.

Curricular materials constitute a bridge between the planned curriculum and the one implemented in the classroom, mediating student learning. Therefore, it is relevant for educational research to study their degree of adequacy to the planned teaching processes. Assessing the suitability of these materials requires the development of instruments to guide reflection on the different dimensions that affect the study processes in mathematics. We present a systematic review of the criteria and indicators of didactic suitability to assess the instructional processes on probability within the framework of the ontosemiotic approach, with the purpose of elaborating a guide to assess Peruvian curricular materials of secondary education (students of twelve and thirteen years) in this content. This instrument is applied to analyse the worksheets dedicated to probability of two workbooks that have been developed by the same institution from which the curricular norms emanate. A qualitative methodology is followed, using the technique of content analysis supported by the categories of the Ontosemiotic Approach. The analysis of the worksheets has allowed us to identify some critical points that should be considered in order to optimize their use in the classroom: mismatch of contents with curricular guidelines; predominance of classical versus frequentist meaning; absence of articulation of classical meaning with other meanings such as intuitive or subjective; lack of situations involving experimentation, simulation and use of manipulative materials or software; scarcity of contexts to develop probabilistic literacy beyond games of chance; and absence of group tasks that favour interaction between students.

Keywords: Curriculum. Ontosemiotic approach. Curricular materials. Probability.

1 Introducción

Los constantes movimientos de reformas curriculares en los sistemas educativos han venido incorporando contenidos propios del análisis de datos y la probabilidad, que los estudiantes deben conocer para responder a las exigencias de la sociedad actual. La inclusión y tratamiento de la probabilidad, desde los primeros niveles educativos, se justifica tanto a partir de su utilidad para la vida diaria como por su papel instrumental en otras disciplinas. La probabilidad, como parte de las matemáticas y base de otras disciplinas, es esencial para preparar a los estudiantes de cara a tomar decisiones adecuadas en situaciones aleatorias (GAL, 2005).

El sistema educativo peruano no ha sido ajeno a estos cambios y propuestas curriculares y, así, en las últimas décadas, el bloque de estadística y probabilidad se ha integrado y consolidado en el nivel educativo primaria (III, IV y V ciclo) y secundaria (VI y VII ciclo) como base de la competencia de resolver problemas de gestión de datos e incertidumbre.

Con esta competencia, se espera que los estudiantes de educación primaria expresen la ocurrencia de los sucesos usando las nociones de posible o imposible (III ciclo), seguro, probable o menos probable (IV ciclo); realicen experimentos aleatorios reconociendo sus posibles resultados y expresen la probabilidad en relación al número de casos favorables y posibles (V ciclo). Después en la educación secundaria los estudiantes expresen la probabilidad como decimal o fracción e interpreten un suceso como imposible, posible o seguro, asociando los valores entre 0 y 1 (VI ciclo). Al finalizar esta etapa (VII ciclo) los estudiantes deben ser capaces de expresar la ocurrencia de sucesos dependientes, independientes, simples o

compuestos de una situación aleatoria mediante la probabilidad (MINEDU, 2016).

Diversas orientaciones curriculares destacan la necesidad de tratar los distintos significados (intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico) de la probabilidad, de manera articulada y adecuada a la edad de los estudiantes y sus conocimientos previos, e insisten en la importancia de la experimentación, la modelización y la simulación con ayuda de *software* en el aprendizaje de la probabilidad (BATANERO, 2005; BATANERO; BOROVCNIK, 2016; INZUNSA, 2013; VÁSQUEZ; ALSINA, 2019; ZIMMERMANN; JONES, 2002). En ese contexto, surge el interés y la necesidad de analizar aquellos materiales curriculares que condicionan y constituyen el referente para organizar la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad.

Los materiales curriculares son recursos de naturaleza muy diversa que juegan un papel importante en el panorama educativo y constituyen un reflejo del currículo oficial (REMILLARD; KIM, 2020). Entre ellos se distinguen libros de texto, guías o manuales para profesores, cuadernos de trabajo para los estudiantes u otros medios de instrucción basados en la tecnología educativa, como libros electrónicos y *software* (BROWN, 2009; PEPIN; GUEUDET, 2018; REMILLARD *et al.*, 2014). Constituyen herramientas que apoyan la toma de decisiones educativas por parte de los docentes y actúan como fuente de aprendizaje y vehículo de interacción entre estudiantes. Garantizar el vínculo entre el currículo previsto y el implementado les ha asegurado el reconocimiento como mediadores de las políticas educativas.

Gran parte de la literatura sobre materiales curriculares se ha centrado en los libros de texto, descuidando otros componentes, como son los cuadernos de trabajo para el estudiante. Estos son considerados por Hoadley y Galant (2016) como herramientas curriculares de práctica, de evaluación y de seguimiento. De práctica, porque proporcionan a los estudiantes tareas o actividades estructuradas y secuenciadas, que desafían y amplían la comprensión conceptual de los contenidos y habilidades desarrollados en la clase o en los libros de texto. De evaluación, porque incluyen tareas que cubren una variedad de contenidos con diferentes niveles de complejidad mediante el uso de respuestas, soluciones o rúbricas. De seguimiento, pues permiten determinar cuánto contenido del plan curricular se cubre y en qué niveles de demanda cognitiva.

En este sentido, requiere “una fuerte alineación con el plan de estudios y una progresión explícita de los contenidos” (HOADLEY; GALANT, 2016, p. 3), por lo que las actividades previstas en los cuadernos de trabajo deben, en particular, considerar cuáles son los conocimientos previos de los estudiantes. Valorar su adecuación, lo que requiere desarrollar indicadores que guíen la reflexión en las diferentes dimensiones, no solo epistémica o cognitiva, sino también afectiva, emocional o instruccional, que afectan a los procesos de enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas.

La secuencia de prácticas matemáticas y didácticas propuestas en un libro de texto o cuaderno de trabajo determina un proceso instruccional, previsto o planificado, que el docente que tome la decisión de usarlo debe evaluar y adaptar en base a las necesidades específicas de sus estudiantes, circunstancias contextuales, metas y estándares locales (BROWN, 2009).

En esta línea, el constructo idoneidad didáctica, propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (GODINO; BATANERO; FONT, 2007), puede ser utilizado como una herramienta para organizar la reflexión del profesor sobre la adecuación de éstos y otros recursos educativos (BALCAZA; CONTRERAS; FONT, 2017; CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021; MONJE; SECKEL; BREDÁ, 2018).

Ahora bien, la particularidad de cada contenido matemático requiere la elaboración de guías específicas para los distintos contenidos curriculares, en particular, en el caso de la probabilidad (BELTRÁN-PELLICER; GODINO; GIACOMONE, 2018). Por otro lado, además del contenido en sí, deben tenerse en cuenta las características propias del tipo de material curricular (la presentación y explicación de los contenidos, cómo se incorporan las actividades para el estudiante, los recursos manipulativos previstos o empleados, la posibilidad de interacción prevista, los instrumentos de evaluación diseñados etc.) en la elaboración de dichos instrumentos, entendiendo que el proceso instruccional previsto por medio de un cuaderno de trabajo no es el mismo que el de un libro de texto o el diseñado por el profesor.

Por este motivo, en este trabajo llevamos a cabo una revisión sistemática de los criterios e indicadores de idoneidad didáctica con la finalidad de elaborar una guía para valorar materiales curriculares sobre probabilidad. Ejemplificamos su aplicación con el análisis de las fichas dedicadas a dicho tema en dos cuadernos de trabajo en el contexto de la Educación Secundaria peruana.

En este sentido, cabe destacar que los escasos estudios existentes sobre el tratamiento de los contenidos de probabilidad en el currículo y en los libros de texto ponen de manifiesto una mayor presencia de los contenidos ligados al significado clásico en detrimento de los enfoques frecuencial o subjetivo (ORTIZ, 2014; SÁNCHEZ, 2009; VÁSQUEZ; ALSINA; 2015). Esto trae como consecuencia que el contexto privilegiado sea el de los juegos de azar y que las situaciones propuestas no sean suficientemente representativas y equilibradas.

El análisis que se presenta en investigaciones como las de Ortiz (2014) o Vásquez y Alsina (2015) va destinado al reconocimiento de objetos y significados, centrándose en el análisis de las situaciones-problemas, elementos lingüísticos y conceptos. No hemos encontrado, en la literatura previa, investigaciones que analicen cuadernos de trabajo de los

estudiantes o que contemplen, de manera específica, la idoneidad didáctica de dichos materiales.

Con el objetivo de mostrar la funcionalidad de esta guía, presentamos los resultados de su aplicación para valorar la idoneidad didáctica de las fichas que tratan la probabilidad en dos cuadernos de trabajo, uno de primer grado y otro de segundo (estudiantes de doce y trece años) de Educación Secundaria en Perú. En estos cursos (que componen el primer ciclo educativo de la educación secundaria), se espera que los estudiantes logren una comprensión óptima de los conceptos, propiedades y procedimientos vinculados a los significados clásico y frecuencial que centran nuestra atención en este trabajo.

En cursos posteriores, se incorporan contenidos vinculados a la probabilidad condicional y que requeriría la adaptación de la guía de análisis desarrollada. Conviene observar que los cuadernos de trabajo forman parte de los materiales curriculares oficiales puestos a disposición de los docentes desde la misma administración de la que emana la norma curricular, con lo que la aplicación de la guía de idoneidad abre la posibilidad de matizar la propia norma y evaluar su coherencia.

Los cuadernos de trabajo son materiales físicos distribuidos por el Ministerio de Educación peruano a los estudiantes, que pueden utilizar tanto en clase como en casa, si bien disponen, también, de su versión virtual. Además, dado que ni estudiantes ni profesores disponen de libro de texto, el profesor usa los cuadernos de trabajo para planificar la enseñanza sobre cada contenido específico. Tal y como se menciona en las orientaciones para el uso de estos cuadernos, el propósito es que los estudiantes desarrollen las competencias matemáticas, a través de la solución de fichas de trabajo que presentan una diversidad de situaciones problemáticas y promueven la atención diferenciada de acuerdo al logro de aprendizaje de los estudiantes.

2 Marco teórico

La necesidad de desarrollar teorías instruccionales específicas, que guíen al profesor en el diseño, implementación y evaluación y que permitan el paso de una didáctica descriptiva-explicativa a una didáctica orientada hacia la intervención efectiva en el aula (GODINO; BATANERO; FONT, 2007) da origen, en el marco del EOS, a la Teoría de la Idoneidad Didáctica (GODINO, 2013).

Se entiende la idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza-aprendizaje como el grado en que este (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los

significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos (entorno) (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018, p. 268).

El significado de un objeto matemático en el EOS hace referencia a los sistemas de prácticas operativas y discursivas que lleva a cabo una persona (significado personal), o bien que son compartidas en el seno de una institución (significado institucional), para resolver un tipo de situación problema (GODINO; BATANERO; FONT, 2007). Para el EOS, un *conflicto semiótico* es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa. Así, un *conflicto epistémico* refleja una disparidad entre significados de tipo institucional (por ejemplo, entre el significado de referencia y el implementado en los cuadernos de trabajo), mientras que un *conflicto cognitivo* supone un desajuste entre el significado manifestado por un sujeto y el de referencia.

De esta forma, la idoneidad didáctica es una cualidad graduable de los procesos de enseñanza y aprendizaje que supone la articulación sistemática y coherente de seis facetas que interactúan entre sí (GODINO, 2013):

- *Idoneidad epistémica*: grado de representatividad de los significados institucionales pretendidos respecto a un significado de referencia. El significado de referencia será relativo al nivel educativo correspondiente y deberá ser elaborado considerando los diversos tipos de problemas y contextos, la diversidad y adecuación de las representaciones, definiciones, procedimientos, proposiciones, y argumentos que las sustentan.
- *Idoneidad cognitiva*: grado en que los significados implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, y los significados personales logrados son próximos a los pretendidos. Un adecuado grado de idoneidad cognitiva de los cuadernos de trabajo requiere que se tengan en cuenta los conocimientos previos necesarios para abordar las tareas, que las situaciones tengan una dificultad manejable, a la vez que respondan a distintos niveles de dificultad. Para alcanzar una idoneidad cognitiva alta, será importante proponer actividades de evaluación que permitan medir el aprendizaje.
- *Idoneidad afectiva*: expresa el grado en que la secuencia atiende a los elementos afectivos, buscando la implicación del alumno en el proceso de estudio. Se relaciona tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen del alumno y de su historia escolar previa. Lograr una idoneidad afectiva alta en los

cuadernos de trabajo supone plantear situaciones que permitan identificar y desarrollar las emociones, actitudes, creencias y valores.

- *Idoneidad interaccional*: grado en que los tipos de configuraciones didácticas implementadas y su articulación permiten identificar y resolver los conflictos semióticos potenciales (disparidades entre significados de referencia, pretendidos e implementados) que se producen durante el proceso de instrucción. Un adecuado grado de idoneidad interaccional en los cuadernos de trabajo implica que las distintas situaciones permitan diagnosticar y abordar posibles desajustes, planteando actividades grupales que fomenten la comunicación, argumentación y reflexión compartida.

- *Idoneidad mediacional*: disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje. En particular, un alto grado de idoneidad mediacional supone reservar espacio suficiente a los contenidos más importantes del tema, ejemplificando adecuadamente y planificando un mayor número de tareas para los contenidos que puedan presentar mayor dificultad de comprensión.

- *Idoneidad ecológica*: ajuste pertinente del proceso a la norma curricular, las condiciones de la sociedad y al entorno socio-profesional. Lograr una alta idoneidad ecológica requiere, en particular, que los contenidos se adecuen a las directrices curriculares, se eduque en valores, abordando la diversidad y se establezcan conexiones intra e interdisciplinarias.

Los criterios de idoneidad actúan como normas de corrección que establecen cómo debería realizarse un proceso de enseñanza y aprendizaje (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018). Tal proceso se considera idóneo cuando se consigue un equilibrio entre los diferentes criterios parciales de idoneidad, teniendo en cuenta que “la idoneidad didáctica es relativa a las circunstancias locales en que tiene lugar el proceso de estudio” (GODINO, 2013, p. 117).

Estas normas deben ser consensuadas por la comunidad interesada en la educación matemática o por un sector relevante de ésta. Las mismas son útiles, *a priori*, puesto que orientan cómo se deben hacer las cosas, y, *a posteriori*, dado que permiten valorar el proceso de enseñanza y aprendizaje implementado. Por este motivo, el uso de los criterios de idoneidad didáctica permite al profesor reflexionar y tomar decisiones tanto en el diseño como en el rediseño de los procesos de instrucción, buscando, de manera autónoma y en función del contexto, acciones para conseguir una mejora de sus procesos de enseñanza y aprendizaje (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018).

Para que estas normas o principios sean operativos es necesario establecer un sistema

de componentes e indicadores en cada una de sus dimensiones, que guíen, de manera efectiva, la reflexión del profesor sobre aspectos concretos de un proceso instruccional (planificado o implementado) o una parte de este (GODINO, 2013), de forma que puede ser comparada con otros colegas en un marco común.

Además, los componentes e indicadores de idoneidad deben enriquecerse y particularizarse de acuerdo con el tema específico que se quiere enseñar (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018) y con la especificidad del contexto educativo. Esto supone llevar a cabo una revisión sistemática de los resultados de investigación sobre los conocimientos didáctico-matemáticos en cada contenido específico, de cara a concretar los criterios generales en unos criterios específicos (BELTRÁN-PELLICER; GODINO; GIACOMONE, 2018; BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018). Así, una vez elaborada una guía de indicadores de idoneidad en un contenido concreto, puede ser utilizada para analizar aspectos parciales de materiales curriculares, como pueden ser libros de texto o manuales escolares en relación con dicho tema.

En Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018) se presenta el proceso de construcción de una guía para la valoración de la idoneidad didáctica en relación con la probabilidad y su aplicación por un profesor como instrumento de reflexión sobre la implementación de una unidad didáctica con un grupo de alumnos de educación secundaria. Para la elaboración de dicho instrumento, los autores realizaron un análisis del contenido de investigaciones clave sobre distintos aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en educación secundaria (BATANERO, 2005; BATANERO; GODINO, 2002; GAL, 2005; GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987; SERRANO; BATANERO; CAÑIZARES, 1998; WILLIAMS; CONNOLLY, 2006, entre otras), lo que les permitió extraer indicadores específicos de idoneidad en cada faceta y cada componente propuesta por Godino (2013).

En nuestro trabajo, ponemos el foco de atención en las fichas dedicadas a la probabilidad en los cuadernos de trabajo de primer y segundo grado de Educación Secundaria peruana. La secuencia de prácticas matemáticas y didácticas que se incluye en un determinado material curricular, como puede ser un cuaderno de trabajo, describe un proceso de instrucción, previsto o planificado, que puede servir de apoyo al profesor para diseñar e implementar un proceso de estudio efectivo. El profesor que toma la decisión de usar un material en concreto como recurso para apoyar su enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, deberá tener en cuenta la calidad y pertinencia del contenido, la *buena matemática* (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017), y si lo que se pretende enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos ya saben.

Sin embargo, los procesos instruccionales no sólo se ven afectados por aspectos epistémicos y cognitivos, por lo que es preciso valorar, teniendo en cuenta las restricciones

impuestas por el medio, aspectos de tipo afectivo (por ejemplo, en qué medida las situaciones propuestas pueden ser de interés para los estudiantes), interaccional (por ejemplo, la presentación y secuenciación del contenido es adecuada) o ecológico (adaptación curricular y al proyecto educativo) que finalmente influirán en la idoneidad didáctica del proceso instruccional implementado.

Dado que nuestro objeto de estudio son los materiales curriculares de Educación Secundaria en probabilidad, entendidos como procesos de instrucción planificados sobre dicho contenido, se hace necesario adecuar o reformular algunos de los criterios y componentes de Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018) al nuevo contexto. Esto supone incluir aquellos componentes que estaban ausentes en las facetas epistémica (conflictos epistémicos) y cognitiva (diferencias individuales, conflictos cognitivos y evaluación) de la guía de Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018), así como concretar el instrumento por medio de indicadores observables en las demás facetas, según los componentes contemplados en Castillo, Burgos y Godino (2021).

Así, fue necesaria la revisión sistemática de nuevas investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, en particular, de trabajos previos sobre análisis de significados en los materiales curriculares (fundamentalmente, libros de texto) en dicho tema (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005; CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021; CONTRERAS, 2014; GÓMEZ *et al.*, 2013; GÓMEZ; BATANERO; entre otras), que permitiera fundamentar criterios e indicadores específicos para el análisis de dichos recursos instruccionales.

3 Metodología

Seguimos una investigación de enfoque cualitativo, en la que se analiza los materiales curriculares de Educación Secundaria de Perú, con la técnica del análisis de contenido (KRIPPENDORFF, 2018), apoyado en el uso de las categorías del EOS (GODINO; RIVAS; ARTEAGA, 2012).

Godino, Rivas y Arteaga (2012) desarrollan una metodología para la mejora progresiva de los instrumentos de evaluación de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción mediante el análisis de contenido de propuestas curriculares, a fin de identificar concordancias y complementariedades con instrumentos ya existentes.

En una primera fase, el texto es dividido en unidades de análisis, que son clasificadas según las facetas y componentes propuestos en la Teoría de la Idoneidad Didáctica (GODINO, 2011) para reconocer normas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así, por

ejemplo, dentro de la faceta epistémica, se consideran las categorías: situaciones problemas, elementos lingüísticos/representaciones, elementos regulativos (conceptos/definición, procedimientos, proposiciones), argumentos y relaciones. (Para las demás facetas véase el Anexo A en RIVAS, 2014.)

En una segunda fase, dichas unidades son comparadas entre sí y reducidas con el fin de evitar reiteraciones. Posteriormente, del análisis de la normativa curricular se infieren indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática que son comparados con los propuestos en Godino (2011), lo que da lugar a una versión revisada de dichos indicadores.

En nuestro caso, el análisis de contenido se realiza sobre investigaciones clave en relación con el análisis de materiales curriculares y a los aportes teóricos que permiten formular indicadores de idoneidad en cada una de las facetas que afectan a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en educación secundaria. De estos, seleccionamos aquellos que complementan los de Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018), revisando los indicadores que dejan de ser pertinentes o deben reinterpretarse para analizar materiales curriculares. El resultado de este proceso de revisión para la elaboración de la nueva guía se detalla en la sección 4.

Después, empleamos este instrumento en la sección 5 para analizar dos ejemplos concretos de materiales curriculares sobre probabilidad. Se han seleccionado dos cuadernos de trabajo de matemáticas facilitados por el Ministerio de Educación: *Resolvamos Problemas* de primer (MINEDU, 2019a) y segundo grado (MINEDU, 2019b) de Educación Secundaria destinados a estudiantes de doce y trece años, respectivamente, cada uno de ellos divididos en veinte fichas.

Cada ficha se centra en un tema específico en relación con las cuatro competencias que propone el currículo (MINEDU, 2016): resuelve problemas de cantidad, de regularidad, equivalencia y cambio, de forma, movimiento y localización y de gestión de datos e incertidumbre. Todas las fichas comparten la misma estructura y división en secciones: aplicación, comprobación y evaluación de aprendizajes.

La sección de aplicación consta de una situación problema relacionada con la vida cotidiana, y que debe ser abordada mediante cuestiones específicas agrupadas según las fases de resolución de problemas de Polya (1945). La sección de comprobación plantea tres situaciones (A, B y C) con sus respectivos procedimientos de resolución desarrollados. En esta sección, el estudiante debe describir y explicar el proceso de solución y, en algunos casos, identificar y corregir los posibles errores proponiendo otra estrategia de solución.

Finalmente, en la sección de evaluación de los aprendizajes se incluyen diez situaciones problemas con diferentes niveles de complejidad, que el estudiante debe abordar según las orientaciones del docente. En el cuaderno de trabajo de primer grado se incluyen dos fichas (n.º 9 y n.º 13) que tratan la probabilidad. De estas, nos centramos en la Ficha 9, dado que contiene la mayor cantidad de situaciones problemas. En el cuaderno de trabajo de segundo grado, solo encontramos una ficha, la Ficha 13, referida a la probabilidad, siendo esta la examinada.

4 Revisión de indicadores para analizar materiales curriculares en probabilidad

El sistema de indicadores de idoneidad didáctica se puede entender y usar como un instrumento aplicable a la evaluación de procesos de instrucción matemática (GODINO; RIVAS; ARTEAGA, 2012). Sin embargo, para asegurar su validez como instrumento de valoración que propicie la reflexión orientada a la mejora, es necesario adecuar y fundamentar dichos indicadores en base al contenido y la especificidad del proceso instruccional considerados.

En nuestro caso, para el análisis de los materiales curriculares partimos de los componentes e indicadores propuestos por Godino (2013) y Godino, Rivas y Arteaga (2012). Tales criterios se formularon con la intención de “analizar la interacción entre las funciones del profesor y los alumnos a propósito de un contenido matemático específico” (GODINO, 2013, p.17), lo que supone considerar cuestiones, por ejemplo, sobre la interacción profesor-alumno y alumno-alumno, así como aspectos de temporalización y ambiente en el aula. Dado que nuestro objeto de estudio es fichas de cuadernos de trabajo sobre probabilidad, entendidas como procesos de instrucción planificados, se hace necesario adecuar o reformular algunos de los criterios y componentes de Godino (2013) y Godino, Rivas y Arteaga (2012) al nuevo contexto.

4.1 Indicadores de idoneidad epistémica

Los indicadores de idoneidad epistémica permiten valorar aspectos que conducen a la representatividad de los significados institucionales pretendidos respecto a un significado de referencia. Como señalan Breda, Font y Pino-Fan (2018, p. 272) la lista de indicadores de idoneidad didáctica debe complementarse “a partir del paso previo de reconstrucción del significado de referencia del tema específico que se quiere enseñar”.

Los significados de referencia de la probabilidad contemplados en los currículos actuales del nivel educativo correspondiente a secundaria son: intuitivo, subjetivo, frecuencial,

clásico y axiomático (BATANERO, 2005; BATANERO; BOROVCNIK, 2016; BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005; BELTRÁN-PELLICER; GODINO; GIACOMONE, 2018; GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987). Cada uno de estos significados implican diferencias específicas, no solo en la definición de la probabilidad en sí, sino también en los conceptos, propiedades y procedimientos relacionados que han surgido para resolver o modelar varios problemas o fenómenos particulares del mundo real (BATANERO, 2005; BATANERO; BOROVCNIK, 2016).

El significado *intuitivo* se corresponde con las ideas intuitivas que pueden tener los niños acerca de la incertidumbre y el uso cotidiano de términos provenientes de experiencias y contextos ligados a fenómenos aleatorios. El significado *subjetivo* desarrolla esta idea de la probabilidad como grado de creencia basado en el juicio personal que puede revisarse a partir del conocimiento y la experiencia de cada individuo.

La primera definición matemática de probabilidad viene asociada al significado *clásico* y fue dada por De Moivre, en 1718, y luego refinada por Laplace, en 1814, como “la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables” (BATANERO, 2005, p. 254). Esta definición, válida solo para espacios muestrales con un número finito de sucesos elementales y equiprobables, dio lugar a la regla de Laplace y al cálculo de la probabilidad en situaciones de juegos de azar, donde se suele aplicar el razonamiento combinatorio (BATANERO; BOROVCNIK, 2016).

En el significado *frecuencial*, que se origina a partir de la publicación por Bernoulli de la primera ley de los grandes números, se define la probabilidad como el valor hipotético hacia el cual tiende a estabilizarse la frecuencia relativa de un suceso al repetir el experimento un número grande de veces. Frente al enfoque clásico, tiene el inconveniente de que nunca se llega a calcular el valor verdadero de la probabilidad: sólo se estima mediante la frecuencia relativa, lo que lleva a confundirla con la probabilidad (BATANERO, 2005). Sin embargo, tiene la ventaja de poder aplicarse a experimentos con sucesos no equiprobables.

Finalmente, la *teoría axiomática* resuelve el problema de organización y estructuración de los restantes significados parciales de la probabilidad y permite desarrollar todos los resultados conocidos en el momento sobre cálculo de probabilidades. No obstante, aunque algunos textos, al final de la secundaria, incorporan los axiomas de Kolmogorov, el significado axiomático es demasiado formal y solo aconsejable en niveles universitarios (BATANERO; BOROVCNIK, 2016; GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987).

Cada significado comporta sistemas de prácticas (operativas y discursivas) y objetos matemáticos (situaciones problemas, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones) diferentes, que

deben ser considerados de manera conjunta e integrada en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad (BATANERO, 2005; BELTRÁN-PELLICER; GODINO; GIACOMONE, 2018). Así, las situaciones problemas propuestas en el material curricular deben, por un lado, ser representativas de los significados de referencia y, por otro lado, permitir contextualizar, ejercitar y aplicar los conocimientos pretendidos. Para ser valoradas de forma positiva, deben permitir que el estudiante genere modelos para representar y relacionar los diferentes significados de la probabilidad (BELTRÁN-PELLICER; GODINO; GIACOMONE, 2018).

El material curricular debe reflejar el uso adecuado y diferenciado de diversas representaciones lingüísticas de la probabilidad como son: las expresiones verbales, simbólico-numéricas, tabulares y gráficas (GÓMEZ *et al.*, 2013). Así mismo, debe prestar atención a las definiciones (explícitas o no), las proposiciones y los procedimientos vinculados a los distintos significados de la probabilidad, que deben estar adaptados al nivel educativo al que se dirigen. Por ejemplo, debe hacer explícita la definición de casos favorables, no favorables y posibles de manera previa a la introducción de la regla de Laplace, introducir la noción de juego equitativo, diferenciar entre probabilidad y su valor estimado por medio de frecuencias relativas (GÓMEZ; ORTIZ; GEA, 2014). Igualmente se debe precisar la finitud del número de resultados que permita la asignación de probabilidades según el significado clásico, así como garantizar la equiprobabilidad de los sucesos elementales, de manera que se pueda aplicar la regla de Laplace (GÓMEZ; BATANERO; CONTRERAS, 2014).

En relación con el significado frecuencial, se debe insistir en el aumento en la fiabilidad de la estimación con el tamaño de muestra, propiedad básica en la comprensión de la ley de los grandes números y las nociones de variabilidad y precisión. Es importante enfatizar que la estabilidad de las frecuencias requiere la realización de ensayos repetidos con diferentes tamaños de muestra, así como explicar la diferencia entre “calcular la probabilidad”, del significado clásico, y “estimar la probabilidad”, del frecuencial (GÓMEZ; BATANERO; CONTRERAS, 2014, p. 11). El material debe contemplar momentos en los que se generen y negocien las reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos) que se adaptan a las circunstancias. Estas deben ser validadas mediante argumentos pertinentes y diversos tipos de razonamientos.

Dentro del componente de relaciones se valora si el material curricular presenta los objetos matemáticos característicos de cada significado (intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico), pero también que estos significados aparezcan conectados y articulados.

Por otro lado, se incluye el componente relativo a conflictos epistémicos para valorar si

el material curricular presenta desajustes con el significado de referencia que pueden venir dados por medio de carencias, ambigüedades o errores en las definiciones, problemas con enunciados incomprensibles, soluciones incorrectas a los ejemplos, procedimientos incorrectos o no justificados. Es importante tener en cuenta algunos conflictos de tipo epistémico identificados previamente en el análisis de libros de texto, tales como no hacer explícita la equiprobabilidad de sucesos elementales (lo que puede derivar en el sesgo de equiprobabilidad), no reconocer el carácter aproximado de la estimación del valor de probabilidad (diferenciar el valor teórico de la probabilidad y su estimación) u obviar que la fiabilidad de la estimación aumenta con el tamaño de la muestra, lo que puede conducir a sesgos relativos a la heurística de representatividad (GÓMEZ; BATANERO; CONTRERAS, 2014).

Partiendo de los indicadores para la idoneidad epistémica en probabilidad propuestos en Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018), y teniendo en cuenta las características propias de los materiales curriculares, incluimos en el Cuadro 1 una nueva versión de dichos indicadores para cada componente y subcomponente de esta.

Componentes	Indicadores
Significados	Situaciones-problemas <ul style="list-style-type: none">- Se proponen situaciones problemas que muestran y relacionan los diferentes significados de la probabilidad (intuitiva, subjetiva, frecuencial y clásica).- Se incluye una muestra representativa de situaciones de contexto real o cotidiano del estudiante distinguiendo lo aleatorio de situaciones deterministas.- Se plantean situaciones donde el estudiante genere, experimente y simule problemas sobre experiencias aleatorias (problematización).
	Lenguajes <ul style="list-style-type: none">- Se utilizan y conectan diferentes registros y representaciones (verbal, diagrama de árbol, tablas, simbólico-numéricos, gráficos).- El nivel de lenguaje utilizado en las situaciones propuestas es adecuado a quienes se dirige.- Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación de experimentos aleatorios en los diferentes registros mencionados
	Conceptos-definiciones <ul style="list-style-type: none">- Los conceptos-definiciones implicados en las situaciones propuestas son claros y adecuados al nivel educativo al que se dirigen.- En las situaciones propuestas, aparecen involucrados los conceptos de experimento aleatorio y determinista, espacio muestral, suceso, suceso simple y compuesto, suceso seguro e imposible, casos favorables y posibles, frecuencia, frecuencia relativa, convergencia, simulación, experimentación, variabilidad, equiprobabilidad y probabilidad.- Se proponen situaciones donde los estudiantes tengan que generar o negociar definiciones.
	Proposiciones <ul style="list-style-type: none">- En las situaciones resueltas y propuestas se emplean proposiciones fundamentales como la probabilidad del suceso imposible, suceso seguro y del complementario, propiedad de las frecuencias relativas, estabilidad de frecuencias relativas como base para estimar la probabilidad, regla de Laplace y equiprobabilidad.- Se proponen situaciones donde los estudiantes tengan que generar o negociar proposiciones.
	Procedimientos <ul style="list-style-type: none">- Aparecen implicadas la comparación cualitativa de probabilidades; construcción del espacio muestral, distinción de casos favorables y posibles, aplicación de la regla de Laplace, empleo de tablas y diagramas de árbol, realización de predicciones a partir de observaciones de experimentos o datos, estimación de probabilidades a partir de repeticiones de un mismo

	experimento aleatorio, cálculo y representación de frecuencias, interpretación de tablas y gráficos, simulación de experimentos aleatorios. - Se proponen situaciones donde los estudiantes tengan que generar o negociar procedimientos.
	<u>Argumentos</u>
	- Las proposiciones y procedimientos involucradas en los ejemplos resueltos se justifican de forma adecuada según el nivel educativo al que se dirigen. - Se propone situaciones en la que los estudiantes deben explicar y argumentar de forma adecuada los procedimientos o proposiciones empleadas. - Se usan simulación de experimentos para mostrar la estabilidad de las frecuencias relativas.
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones etc.) se relacionan y conectan entre sí, tanto en la propuesta como ejemplificación de situaciones. - En las situaciones propuestas se identifican y articulan los diversos significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico).
Conflictos epistémicos	- Los enunciados de las situaciones problemas y sus soluciones, conceptos, proposiciones, procedimientos, etc. se presentan de forma correcta sin errores, contradicciones y ambigüedades.

Cuadro 1 - Componentes, subcomponentes e indicadores de idoneidad epistémica

Fuente: los autores

4.2 Indicadores de idoneidad cognitiva

Los indicadores de idoneidad cognitiva consideran aquellos factores que permiten lograr una adaptación progresiva de los significados institucionales pretendidos a los significados personales logrados de los estudiantes (GODINO, 2013). Para valorar la idoneidad cognitiva de un proceso de instrucción sobre probabilidad para educación secundaria, en Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018) se establecen indicadores relativos a los conocimientos previos. Sin embargo, hemos considerado adecuado incluir, además, las componentes diferencias individuales, conflictos cognitivos y evaluación, según la propuesta de Godino (2013).

En relación a los conocimientos previos se valora que el material curricular tenga en cuenta o inicie la secuencia didáctica a partir de contenidos conocidos por los estudiantes: situaciones problema en las que se conjetura sobre experimentos aleatorios sencillos, distinción entre lo aleatorio y lo determinista, empleo de la frecuencia relativa; uso de registros para representación de la información con los que los estudiantes están familiarizados (por ejemplo, diagramas de barras y tablas), la regla de Laplace comienza a usarse en casos sencillos etc. Así, se garantiza que el estudio de la probabilidad se logre de manera progresiva e integral desde sus diversos significados.

Al respecto, los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), así como las investigaciones de Batanero (2005) y Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018) sugieren comenzar con ideas intuitivas de azar y probabilidad centradas en el contexto y las propias experiencias de los estudiantes, con algunos matices vinculados al significado subjetivo de la probabilidad como un grado de creencia. En este proceso se puede contemplar cómo es percibido el azar y la aleatoriedad por los estudiantes, y si son capaces de diferenciar

experimentos aleatorios de deterministas (BATANERO; GODINO, 2002), lo que permitirá, después, que puedan estimar la probabilidad en una serie larga de experimentos aleatorios y simulaciones de azar. Las simulaciones y los experimentos preparan para comprender la ley de los grandes números y las conexiones entre las nociones de frecuencia relativa y probabilidad.

Conforme se progresa en el aprendizaje de la probabilidad hasta la rigurosidad matemática asociada al formalismo axiomático y se articulan los diferentes significados, también van surgiendo errores y sesgos usuales de razonamiento probabilístico. Estos sesgos, como los de representatividad y equiprobabilidad, pueden dificultar la asimilación de conceptos y la interpretación incorrecta de las situaciones en probabilidad (LECOUTRE, 1992). En este sentido, los materiales curriculares deben contemplar los errores y sesgos de razonamiento probabilístico como oportunidades de aprendizaje.

Por otro lado, para valorar el progreso y las dificultades de los aprendizajes en los diferentes significados de la probabilidad, los materiales curriculares deben incluir diversos instrumentos de evaluación, coevaluación y autoevaluación que permitan valorar las competencias logradas por los estudiantes (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021). Partiendo de estas consideraciones, se organizan los indicadores de la faceta cognitiva según el Cuadro 2.

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos	<ul style="list-style-type: none">- Se prevén situaciones problemas en las que se conjetura sobre experimentos aleatorios sencillos, se distingue lo aleatorio de lo determinista y se emplea de la frecuencia relativa.- Los contenidos pretendidos con las situaciones propuestas contemplan los diversos significados de la probabilidad con un grado de dificultad manejable.
Diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none">- Las situaciones problemas responden a diferentes grados de complejidad.- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo
Conflictos cognitivos	<ul style="list-style-type: none">- Se emplea el error como fuente de aprendizaje.- Se proponen situaciones donde puedan ponerse de manifiesto conflictos cognitivos, como los sesgos de razonamiento probabilístico (p. ej.: sesgos de representatividad y equiprobabilidad).
Evaluación	<ul style="list-style-type: none">- Se proponen instrumentos de evaluación y autoevaluación.- Los diversos modos de evaluación incluidos en el material curricular son adecuados para valorar la apropiación de los conocimientos y competencias pretendidas (comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia de modelización y generalización, competencia metacognitiva).- La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.

Cuadro 2 - Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Fuente: los autores

4.3 Indicadores de idoneidad afectiva

En este caso, se trata de analizar en qué manera los materiales curriculares contemplan el desarrollo de los componentes del dominio afectivo, es decir, emociones, actitudes, creencias y valores, así como la interrelación de estos con el resto de las facetas (BELTRÁN-PELLICER;

GODINO, 2020). En primer lugar, merece la pena mencionar la importancia de atender al lenguaje, en especial al no verbal, ya que, además de transmitir significado en sí mismo, es capaz de generar cercanía, favoreciendo la interacción.

En cuanto a las emociones, se evalúa si en la secuencia de actividades se planifican momentos en los que se manifiestan las emociones ante las situaciones propuestas. Por un lado, se deben reservar espacios para explicitar estados emocionales ante la resolución de problemas: bloqueos, curiosidad, satisfacción, desesperación etc. Por otro, se ha de procurar incluir situaciones que resalten las cualidades de estética y precisión de las matemáticas, así como situaciones contextualizadas y elementos que puedan resultar motivadores, como el humor o juegos. De esta manera, la secuencia será idónea en tanto que promueva emociones positivas hacia los contenidos de probabilidad, así como facilite la superación de emociones negativas.

Un tratamiento continuo a nivel emocional permite desarrollar el componente actitudinal. Específicamente, para las actitudes se valora la consideración de situaciones que motiven al estudiante a participar activamente y le ofrezca seguridad para explorar ideas, formular hipótesis y plantear diferentes estrategias de solución de forma flexible. Todo esto se ve facilitado si la secuencia promueve la argumentación en situaciones de igualdad y se fomenta la autoestima, evitando el rechazo o miedo a plantear o abordar situaciones problemas de probabilidad o participar en experimentos aleatorios y simulaciones. Por ejemplo, algún alumno puede considerar tediosa la repetición de un mismo experimento. Sin embargo, el docente debe empoderar este tipo de actividades, señalando la importancia de los resultados obtenidos. En definitiva, se debe promover la participación, la perseverancia, responsabilidad etc. para fomentar una actitud matemática.

Las creencias son un componente afectivo más estable que emociones y actitudes. Un trabajo constante en estas dos últimas componentes permite plantear, a medio y largo plazo, la modificación de creencias, siempre y cuando las situaciones impliquen la metacognición de los estudiantes y el contexto social en donde se desarrolla el aprendizaje (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021). Este contexto puede enriquecerse ofreciendo una gama amplia de aplicaciones en donde se ponga de manifiesto la importancia de razonamientos probabilísticos, por ejemplo, la medicina, el análisis de riesgos, la educación, la gestión, el clima o las votaciones, que contribuirán y darán sentido a los diferentes significados de probabilidad (BATANERO; GODINO, 2002). En esta misma línea, se debe destacar el valor y la utilidad de las matemáticas en la vida diaria y profesional de los estudiantes con el objetivo de enfatizar el papel del azar y la probabilidad.

Conviene observar que, si bien ninguna faceta de la idoneidad ha de verse de forma

aislada, el condicionamiento que ejerce lo afectivo en el plano cognitivo o interaccional justifica una atención especial. Un trabajo coherente en este apartado puede favorecer el desarrollo de un clima de interacción adecuado, así como progresar desde concepciones erróneas y sesgos de probabilidad hacia modos adecuados de pensamiento. Estos indicadores se ven en el Cuadro 3.

Componentes	Indicadores
Lenguajes	- En las situaciones propuestas se presta atención al lenguaje no verbal para fomentar cercanía.
Emociones	- Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas. - Se reserva espacio para que los estudiantes manifiesten las emociones ante las situaciones propuestas. - Se proponen situaciones contextualizadas y elementos que pueden resultar motivadores (humor o juegos)
Actitudes	- Las situaciones propuestas fomentan la actitud matemática (perseverancia, responsabilidad etc.) - Se fomenta la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos en la resolución de problemas.
Creencias	- Las situaciones implican la metacognición de los estudiantes y las creencias sobre el contexto social en el que desarrollan el aprendizaje. - Se ofrece una gama amplia de aplicaciones de probabilidad, por ejemplo, la medicina, el análisis de riesgos, la educación, la gestión, el clima o las votaciones.
Valores	- Se tiene en cuenta y destaca el valor y la utilidad de las situaciones de azar y probabilidad planteadas para la vida diaria de los estudiantes.
Interrelación otras facetas	- Se relacionan las emociones positivas con las actitudes matemáticas y con la resolución exitosa de las tareas propuestas, fomentando la reflexión emocional del alumnado en este sentido.

Cuadro 3 - Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

Fuente: los autores

4.4 Indicadores de idoneidad interaccional

Los indicadores, en esta componente, guían la reflexión sobre las formas de interacción previstas entre el material curricular y el estudiante o entre estudiantes. Conviene observar que, en todo momento, los indicadores deben contemplar el carácter unidireccional de los materiales. Es decir, la interacción real depende de la gestión que haga el docente de esos materiales. No obstante, se puede valorar, en primer lugar, si se hace una presentación clara y bien organizada de las situaciones problemas, que enfatice los conceptos claves de la probabilidad y facilite la interacción por medio de tareas adecuadas y preguntas que exijan reflexión compartida. Igualmente, se puede observar si el vocabulario utilizado es comprensible, si las ilustraciones son adecuadas, pertinentes y no invasivas y si se presentan situaciones variadas y claras a lo largo de todo el material curricular (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021).

Estas situaciones, por medio de agrupaciones flexibles, deben promover el diálogo y la comunicación entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor. En ese sentido, los indicadores contemplan una componente de autonomía, para evaluar si el material curricular plantea cuestiones, presenta soluciones, propone ejemplos y contraejemplos para investigar y

conjeturar, con la finalidad de que los estudiantes asuman la responsabilidad del estudio.

Las formas de interacción que tienen lugar en una secuencia instruccional sobre probabilidad son variadas. La premisa básica parte de que los estudiantes expresen, primero, su idea acerca del resultado de un experimento aleatorio o sobre el desarrollo de situaciones diversas, tales como juegos en donde el azar juega un papel clave (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1987). Conforme se experimenta y se simula, surgen oportunidades para elaborar conjeturas y matizar las ideas de partida. Finalmente, se organiza lo aprendido y se institucionaliza haciendo referencia a las interacciones que han tenido lugar. Los indicadores de esta faceta se muestran en el Cuadro 4.

Componentes	Indicadores
Interacción material curricular-estudiante	<ul style="list-style-type: none">- Se hace una presentación clara y bien organizada de las situaciones problemas, que destaque los conceptos y propiedades fundamentales de la probabilidad por medio de tareas adecuadas.- Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención del estudiante.
Interacción entre estudiantes	<ul style="list-style-type: none">- Se proponen situaciones para plantear o resolver en grupo con consignas o roles que faciliten diálogo y comunicación entre estudiantes.
Autonomía	<ul style="list-style-type: none">- El material curricular plantea cuestiones, presenta soluciones, propone ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar, permitiendo a los estudiantes asumir la responsabilidad del estudio.

Cuadro 4 - Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

Fuente: los autores

4.5 Indicadores de idoneidad mediacional

En este caso, los materiales curriculares deben promover el uso pertinente y oportuno de recursos como dados, monedas, barajas de carta, ruletas, tablas de números aleatorios, calculadoras etc. (BATANERO; GODINO, 2002), así como prever la gestión del tiempo para desarrollar las actividades planteadas. Por otro lado, cobran importancia los recursos virtuales o *applet* interactivos. Estas herramientas permiten usos que varían desde la exploración de conceptos básicos de probabilidad hasta la producción de representaciones gráficas de mayor nivel de formalidad y abstracción (INZUNSA, 2013).

Respecto a las condiciones temporales, se ha de considerar si la temporalización de actividades es factible, previendo cierta flexibilidad y reservando suficiente espacio para cubrir los contenidos de mayor complejidad (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2021). Los dos componentes e indicadores de esta faceta se organizan en el Cuadro 5.

Componentes	Indicadores
Recursos materiales	<ul style="list-style-type: none">- Se promueve el uso de materiales manipulativos (dados, monedas, cartas, bolas) audiovisuales e informáticos (<i>software</i>) que permiten aportar experiencias válidas para progresar en los diferentes significados de la probabilidad (intuitiva, subjetivo, frecuencial y clásico).

	- Los modelos y visualizaciones empleados o propuestos en las tareas permiten contextualizar las definiciones y propiedades fundamentales de la probabilidad.
Tiempo (de enseñanza - aprendizaje)	- El espacio previsto por medio de las tareas es suficiente para aquellos contenidos que presentan mayor dificultad de comprensión.

Cuadro 5 - Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

Fuente: los autores

4.6 Indicadores de idoneidad ecológica

En esta dimensión se valora el grado de concordancia del material con las normas curriculares en relación con el azar y probabilidad y si los contenidos tratados contribuyen a la formación social y laboral del estudiante. De igual forma, se analiza si las actividades se abren nuevos campos de conocimiento y estrategias de innovación tecnológica para dar soluciones a los problemas en el contexto de la probabilidad.

En cuanto a la educación en valores, el material curricular debe evitar cualquier tipo de expresión gráfica o verbal que promueva estereotipos, discriminación, racismo y exclusión social. Por otro lado, favorecer la alfabetización probabilística requiere la conexión con otros contenidos, tanto intra como interdisciplinarios, considerando diversos contextos como "el mundo natural, físico, tecnológico, medicina, salud pública, justicia y delincuencia, finanzas y negocios, investigación y estadística, juegos de azar y apuestas, decisiones personales" (GAL, 2005, p. 53).

Componentes	Indicadores
Adaptación al currículo	- Los propósitos, significados de la probabilidad, su desarrollo y evaluación prevista en el material se corresponden con las directrices curriculares.
Apertura a la innovación	- Las actividades se abren a la innovación y la práctica reflexiva.
Adaptación socio-profesional	- Los contenidos de probabilidad tratados a la formación socio-profesional del estudiante.
Educación en valores	- Se contempla la formación en valores democráticos, evitando expresiones gráficas o verbales discriminatorias.
Conexiones intra e interdisciplinarias	- Las tareas permiten relacionar los contenidos de la probabilidad se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios. - Se contemplan diversos contextos para la alfabetización probabilística.

Cuadro 6 - Componentes e indicadores de idoneidad ecológica

Fuente: los autores

5 Aplicación de los criterios e indicadores a los materiales curriculares de Educación Secundaria peruana

En esta sección aplicamos los criterios e indicadores de idoneidad didáctica descritos en la sección previa para cada faceta y componente (Cuadros 1 a 6) al análisis de las fichas de dos cuadernos de trabajo, una correspondiente a primer grado (estudiantes de doce años) y otra de

segundo grado (estudiantes de trece años) de educación secundaria, dedicadas al estudio de la probabilidad.

5.1 Faceta epistémica

Situaciones problemas

En la ficha de primer grado se han identificado catorce situaciones problemas, de los que trece están relacionados con el significado clásico de la probabilidad y solo una se vincula al significado frecuencial. De igual forma, en segundo grado se proponen catorce situaciones problemas, de las cuales doce se asocian al significado clásico y dos al frecuencial. Todas estas situaciones han sido agrupadas en cinco tipos en el Cuadro 7. En las fichas no se observan situaciones en un contexto real o cotidiano del estudiante en las que se discutan las diferencias entre experimento aleatorio y determinista, ni situaciones específicas del significado intuitivo y subjetivo. Así, no se incluyen situaciones que relacionen los diferentes significados de la probabilidad, ni que impliquen que el estudiante genere, experimente y simule problemas sobre experiencias aleatorias.

Significados	Situaciones-problemas	Fichas	
		1°	2°
Clásico	- Expresar el valor de la probabilidad como más o menos probable	x	
	- Expresar el valor de la probabilidad como seguro, probable o imposible	x	
	- Determinar el espacio muestral	x	
	- Calcular la probabilidad de sucesos con la regla de Laplace	x	x
Frecuencial	- Determinar la probabilidad de sucesos a partir de su frecuencia relativa	x	x

Cuadro 7 - Situaciones-problemas identificadas en las fichas según los significados de la probabilidad
Fuente: los autores

Lenguajes/representaciones

Los registros lingüísticos identificados en las fichas incluyen el verbal (con expresiones tanto cotidianas como formales), simbólico-numérico (desigualdad, igualdad, enteros, decimales, fracciones, porcentajes y escala de probabilidad), gráfico (diagrama de árbol, de barras y circulares) y tabular (tabla de doble entrada y distribución de frecuencias). Se ha identificado una mayor variedad en el uso de diferentes registros en situaciones asociadas al significado clásico de la probabilidad. No obstante, la ficha de segundo grado emplea gráficos y tablas estadísticas al proponer dos situaciones relacionadas con el significado frecuencial. También, cabe señalar que la mayor parte de estos registros lingüísticos son adecuados al nivel

educativo al que se dirigen y están recogidos en el programa curricular, a excepción de los diagramas de árbol y tablas de doble entrada.

Conceptos-definiciones

En el Cuadro 8 se recogen los conceptos-definiciones que observamos en las fichas de primer y segundo grado, según los significados de la probabilidad con los que se relacionan.

Significados	Conceptos-definiciones	Fichas	
		1º	2º
Clásico	- Experimento aleatorio simple y compuesto	x	x
	- Sucesos, suceso simple y compuesto	x	x
	- Suceso más o menos probable, seguro e imposible	x	
	- Sucesos independientes y dependientes		x
	- Resultados/casos posibles y favorables	x	x
	- Espacio muestral	x	x
	- Probabilidad	x	x
	- Área de sector circular		x
Frecuencial	- Sucesos, suceso más probable		x
	- Probabilidad	x	x
	- Frecuencia, frecuencia relativa y absoluta	x	x
	- Población	x	x

Cuadro 8 - Conceptos-definiciones identificadas en las fichas según los significados de la probabilidad

Fuente: los autores

En general, en ambas fichas intervienen los mismos conceptos, observándose un predominio de aquellos vinculados al significado clásico. Otros, como los tipos de sucesos, sucesos independientes y dependientes, espacio muestral y probabilidad, aparecen de forma implícita tanto en el significado clásico como en el frecuencial. Si bien la noción de experimento compuesto no se introduce de forma explícita, aparece involucrada en las situaciones propuestas que plantean el uso de varios dispositivos aleatorios de forma simultánea.

Los conceptos-definiciones se adaptan al nivel educativo al que se dirigen y coinciden con lo predeterminado en el programa curricular, a excepción de las nociones de experimento aleatorio simple y compuesto, suceso compuesto, suceso seguro e imposible para primer grado y sucesos dependientes e independientes para segundo. Por otro lado, llama la atención la falta de referencias a situación determinista, simulación, ensayos y experimentación que deben ser contemplados en este nivel educativo para garantizar una adecuada idoneidad epistémica.

Procedimientos

Los procedimientos que se ponen en juego en las situaciones problemas de las fichas quedan agrupadas en el Cuadro 9 según tipos y significados a los que se asocian.

Significados	Procedimientos	Fichas	
		1°	2°
Clásico	- Lectura y análisis de la situación aleatoria	x	x
	- Enumeración de sucesos elementales	x	x
	- Construcción del espacio muestral	x	x
	- Distinción de casos favorables y posibles	x	x
	- Empleo de tablas de doble entrada o diagramas de árbol	x	x
	- Aplicación de la regla de Laplace	x	x
	- Ordenación y comparación cualitativa del valor de la probabilidad (más o menos probable; seguro, probable o imposible de ocurrir)	x	
	- Cálculo de la probabilidad a partir de la dependencia de sucesos		x
Frecuencial	- Lectura y análisis de tablas de frecuencias y gráficos estadísticos	x	x
	- Elaboración de una tabla de distribución de frecuencias	x	x
	- Cálculo de frecuencias relativas y porcentajes	x	x

Cuadro 9 - Procedimientos identificadas en las fichas según los significados de la probabilidad
Fuente: los autores

Como observamos el Cuadro 9, la prevalencia del significado clásico frente al frecuencial se observa, también, en la variedad de procedimientos contemplados. Aunque los procedimientos *ordenar y comparar el valor de la probabilidad como más o menos probable y como seguro, probable o imposible de ocurrir y cálculo de la probabilidad a partir de la dependencia de sucesos* no son exclusivos de la probabilidad clásica, los hemos enmarcado aquí porque se observa su intervención constante durante el desarrollo de situaciones problemas relacionados con dicho significado. Los escasos procedimientos característicos del significado frecuencial hacen referencia a la lectura y análisis de tablas y gráficos estadísticos o el cálculo de frecuencias.

Además, según los indicadores de idoneidad didáctica, se echan en falta procedimientos previstos para este nivel educativo. Por ejemplo, distinguir fenómenos aleatorios de los deterministas, comparar cualitativamente probabilidades, realizar predicciones a partir de observaciones de experimentos o datos, estimar probabilidades a partir de repeticiones de un mismo experimento aleatorio y simular experimentos aleatorios.

Proposiciones

Las proposiciones requeridas, de forma explícita e implícita, en las situaciones propuestas de las fichas se agrupan en el Cuadro 10 según los significados de la probabilidad. La mayor parte de las proposiciones que se muestran en el Cuadro 10 son relativas al significado clásico de la probabilidad. Observamos que se emplea la regla de Laplace y proposiciones que involucran la equiprobabilidad, la probabilidad del suceso imposible y suceso seguro, pero no la del suceso complementario.

Significados	Proposiciones	Fichas
--------------	---------------	--------

		1°	2°
Clásico	- El espacio muestral es finito	x	x
	- Equiprobabilidad	x	x
	- La probabilidad es un valor entre 0 y 1	x	x
	- La probabilidad del suceso seguro es 1 y del suceso imposible es 0	x	
	- Regla de Laplace	x	x
	- Probabilidad del suceso compuesto como suma de la de los simples	x	x
Frecuencial	- La frecuencia relativa de un suceso varía entre 0 y 1	x	x

Cuadro 10 - Proposiciones identificadas en las fichas según los significados de la probabilidad
Fuente: los autores

Tampoco aparecen propiedades importantes del significado frecuencial, como es la estabilidad de frecuencias relativas como base para estimar la probabilidad. Por otro lado, no se proponen situaciones donde los estudiantes tengan que generar o negociar proposiciones.

Argumentos

En ambas fichas de los cuadernos de trabajo se identifican pocos argumentos que justifiquen las proposiciones y procedimientos. Los pocos argumentos empleados para justificar los procedimientos son adecuados al nivel educativo al que se dirigen y se apoyan en diversos registros: lenguaje natural, numérico-simbólico, tabular y gráfico (diagrama de árbol).

En la ficha de primer grado, son escasas (solo cuatro) las actividades en las que se pide a los alumnos que justifiquen su respuesta. En dos de ellas, justificar el por qué supone escoger una de cuatro afirmaciones. Sin embargo, en la ficha de segundo grado, la mayoría de las actividades piden que se justifique el procedimiento o solución propuesta (Explica el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta; ¿cómo lo sabes?). También se encuentran tareas en las que el estudiante debe reflexionar sobre el procedimiento seguido y buscar ejemplos que permitan generalizarlo a nuevas situaciones (¿es posible aplicar en otra situación? Propón un ejemplo) (MINEDU, 2019b). Se echan en falta argumentos apoyados en la simulación de experimentos y uso de *softwares* con los que demostrar empíricamente la convergencia de los resultados en una secuencia repetida de ensayos.

Relaciones

En las situaciones planteadas en el material curricular se evidencian objetos propios del significado clásico de la probabilidad relacionados y conectados entre sí. Sin embargo, no se observa la articulación de los significados de la probabilidad, ni los objetos matemáticos entre significados, aun cuando algunas de las situaciones propuestas se podrían abordar desde los

diferentes significados.

Conflictos epistémicos

El análisis de las fichas ha permitido identificar diversos conflictos epistémicos que han sido agrupados en el Cuadro 11 según los significados de la probabilidad asociados.

Significados	Conflictos epistémicos detectados	Fichas	
		1°	2°
Clásico	- Omisión de definición de suceso, suceso favorable, suceso no favorable	x	
	- Uso inapropiado o confuso del lenguaje numérico-simbólico	x	x
	- Regla de Laplace y escala de la probabilidad no justificadas	x	x
	- Tratamiento de los diagramas de árbol y tablas de doble entrada sin explicación	x	x
	- Aplicación de la regla de Laplace a situaciones del significado frecuencial	x	x
Frecuencial	- Ausencia de situaciones problemas que articulen el significado frecuencial con el clásico y que permitan explorar la estabilidad de las frecuencias relativas.	x	x
	- Omisión de títulos en las tablas y gráficos estadísticos	x	x
	- Enunciados ambiguos		x

Cuadro 11 - Conflictos epistémicos identificados en las fichas según los significados de la probabilidad
Fuente: los autores

En las fichas de los cuadernos de trabajo no solo se proponen situaciones para resolver, sino que también se presentan situaciones resueltas que el autor aprovecha para introducir los conceptos (suceso favorable, posible), propiedades (regla de Laplace), procedimientos etc. implicados. De manera general, en las situaciones resueltas no se justifica por qué es posible aplicar la regla de Laplace (condiciones de finitud del espacio muestral y de equiprobabilidad de sucesos elementales). Se usan la tabla de doble entrada y el diagrama en árbol, pero no se explica cómo se construyen e interpretan. Por otro lado, no se explica que la notación $n(C)$ hace referencia al cardinal del conjunto (suceso) C y se usa la notación $C = \{ \}$ para indicar el suceso imposible (conjunto vacío). Tampoco se detalla la notación f_i, h_i relativa a las frecuencias como objeto de estudio. Finalmente, hay un error recurrente en la expresión de las probabilidades como decimal y como porcentaje, como puede ser: $P(C) = \frac{1}{4} = 0,25$; $P(C) = 0,25 \times 100\%$, $P(C) = 25\%$ (MINEDU, 2019a).

Algunas situaciones problemas responden a experimentos compuestos que no han sido introducidos previamente y en los que no se explica la condición de independencia entre sucesos que permite aplicar la regla del producto.

No hay una diferencia clara entre el tratamiento clásico y el frecuencial de la probabilidad. Por ejemplo, en “comprobamos nuestros aprendizajes” se afirma “determinamos el espacio muestral de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace (valor decimal)” y a la vez, “justificamos con nuestros conocimientos estadísticos la probabilidad de ocurrencia

de sucesos en estudio” (MINEDU, 2019b, p. 174).

En la ficha de 2° curso, a pesar de que anuncia como propósito emplear “procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace” (MINEDU, 2019b, p. 171), la situación introductoria, “El que espera, desespera”, se refiere al significado frecuencial. En ella se muestra cómo una empresa ha podido “estimar la probabilidad” de tener determinadas cantidades de pasajeros los fines de semana. Se presentan en una tabla los posibles escenarios, sus frecuencias absolutas (cantidad de pasajeros) y la probabilidad asociada a cada escenario, sin explicar cómo se determinan dichas probabilidades. Finalmente, en las actividades propuestas para esta situación (MINEDU, 2019b) se incluye, de manera implícita e informal, la idea de variable aleatoria, distribución de frecuencias y la noción de esperanza (ej., “¿Cuántos pasajeros esperarías por cada fin de semana?”).

5.2 Faceta cognitiva

Se observa que en ninguna de las fichas se presentan situaciones introductorias que lleven a diferenciar experimentos aleatorios de deterministas, ni situaciones donde se pueda reconocer la convergencia de la frecuencia relativa bajo la repetición de un experimento en idénticas condiciones. Salvo una situación inicial de aproximación al significado frecuencial a partir de los datos disponibles en una tabla (que, como hemos comentado, tiene un tratamiento confuso), las demás situaciones problemas se orientan a comprender y consolidar la aplicación de la regla de Laplace y el uso de las técnicas de recuento que son propias del significado clásico de la probabilidad.

En general, los contenidos pretendidos de probabilidad, en ambas fichas, son alcanzables y tienen una dificultad manejable. No obstante, se encuentran términos no recogidos en el programa curricular que sí, lo están en las fichas de trabajo, como, por ejemplo, experimento aleatorio simple y compuesto, espacio muestral, sucesos seguro e imposible, equiprobabilidad, suceso compuesto, independencia de sucesos (y la regla del producto).

Observamos, también, que los errores y sesgos más comunes de razonamiento probabilístico no se prevén en las fichas, dado que, como hemos mencionado, las situaciones problemas propuestas están orientadas a la aplicación de la regla de Laplace, incluso en situaciones donde los sucesos no tienen por qué ser equiprobables. Así, plantear, como se hace en la ficha de segundo grado, el uso de “procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace” (MINEDU, 2019b, p. 171), cuando la situación no lo permite dado que los sucesos no son equiprobables, puede suponer un

conflicto potencial asociado al sesgo de la equiprobabilidad (LECOUTRE, 1992).

En la segunda sección de comprobación de cada ficha, con la expresión “aprendemos a partir del error” (MINEDU, 2019b, p. 177) se presenta una situación problema con una solución dada. Al estudiante se le pide revisar dicho procedimiento, y en caso de que hubiera un error, corregir o proponer otra solución. Esto permite emplear el error como fuente de reflexión y aprendizaje.

Respecto al componente de evaluación, las fichas proponen una sección de evaluación cuyo propósito principal es valorar el grado de destreza adquirida en la aplicación de la regla de Laplace. En ambas fichas se proponen diez situaciones problemas, de las que nueve evalúan la comprensión del significado clásico y solo una se destina a evaluar el significado frecuencial de la probabilidad.

5.3 Faceta afectiva

Tanto en la ficha de primer grado como en la de segundo, la mayoría de las situaciones están contextualizadas en juegos de azar y son escasas aquellas situaciones que corresponden a la vida cotidiana o social del estudiante (deportes, redes sociales, lecturas, transporte etc.). La propuesta de estas situaciones podría generar interés en los estudiantes y favorecer emociones positivas en los procesos de resolución de problemas, pero no permiten valorar la utilidad real de la probabilidad en la vida socio-profesional. Las ilustraciones (fotos, dibujos) que acompañan a cada situación están relacionadas con el contexto o aportan información. Finalmente, observamos que no se promueve la participación activa de los estudiantes y no hay una propuesta de situaciones de experimentación y simulación en ambas fichas de trabajo, lo que impide la flexibilidad para explorar ideas matemáticas en la resolución de problemas sobre probabilidad. Además, la propuesta no considera, de forma explícita, las emociones, actitudes y creencias del alumnado ante la resolución de problemas. No se encuentran ni instrumentos específicos para ello ni indicaciones para gestionar las actividades de manera que se reflejen estos aspectos, por lo que no hay una acción específica en lo afectivo.

5.4 Faceta interaccional

Como hemos puesto de manifiesto, en las fichas de los cuadernos de trabajo, no se destacan los conceptos claves de la probabilidad y la presentación no es suficientemente clara, fundamentalmente en lo que refiere a las condiciones de aplicación del significado clásico y el

frecuencial. Tampoco se usan recursos argumentativos diversos que impliquen y capten la atención del estudiante. No se proponen situaciones problemas que se deban plantear y resolver en grupo, lo cual limita la comunicación e interacción entre estudiantes. Las secciones de aplicación y comprobación de las fichas se organizan por medio de preguntas guiadas con espacios donde el estudiante tiene que responder o justificar la respuesta para cada caso, y son escasas las oportunidades para que los estudiantes, de manera autónoma, investiguen sobre las cuestiones propuestas.

5.5 Faceta mediacional

En las fichas se proponen situaciones descritas verbalmente, que en algunos casos se acompañan con gráficos estadísticos, diagramas e imágenes (urnas, dados, ruletas, sectores) que pretenden contextualizar la situación. En todas estas situaciones se espera que el estudiante imagine el experimento, sin que se le faciliten materiales manipulativos para experimentar o *software* informático para realizar simulaciones. Así, no se aporta a los estudiantes experiencias sólidas que les permitan progresar en los diferentes significados de la probabilidad. En relación con el espacio temporal, consideramos que es suficiente, dedicando mayor extensión a las situaciones problemas que presentan mayor dificultad de comprensión.

5.6 Faceta ecológica

El programa curricular para estudiantes de primer y segundo grado de Educación Secundaria propone desarrollar el significado clásico y frecuencial a partir del intuitivo (MINEDU, 2016). Esta sugerencia no se tiene en cuenta en las fichas de los cuadernos de trabajo al priorizar situaciones relativas al significado clásico. En el Cuadro 12 se comparan los contenidos sugeridos por las directrices curriculares y los contemplados en las fichas.

Contenidos	Directrices		Fichas	
	1°	2°	1°	2°
- Determinar condiciones de una situación aleatoria	x	x		
- Suceso, suceso simple	x	x	x	x
- Sucesos más y menos probable	x	x	x	
- Suceso seguro, probable e imposible		x	x	
- Espacio muestral		x	x	x
- Calcula y compara probabilidades mediante la regla de Laplace	x	x	x	x
- Determina frecuencias relativas y las usa para comparar probabilidades	x	x	x	x
- Experimento aleatorio compuesto			x	x
- Independencia de sucesos				x
- Probabilidad como área de sector circular				x

Cuadro 12 - Correspondencia entre contenidos planteados en el programa curricular y los tratados en las fichas
Fuente: los autores

Como se observa en el Cuadro 12, existen disparidades de contenido entre la propuesta curricular y las fichas de los cuadernos de trabajo. Por ejemplo, en primer grado las definiciones de suceso seguro, probable e imposible, espacio muestral, experimento aleatorio simple y compuesto no están previstos en el programa curricular, pero se desarrollan en la ficha 9. Tampoco lo están algunos procedimientos como la construcción de espacio muestral, el empleo de tablas de doble entrada o diagramas de árbol.

De igual forma ocurre con la inclusión en las fichas de trabajo segundo grado de experimentos compuestos, el cálculo de probabilidades en condiciones de independencia de sucesos y la probabilidad a través del área de sectores circulares. En ambas fichas no se incentiva la investigación o el uso de estrategias de innovación tecnológica por medio de las actividades, ni existe conexión con otros contenidos de la matemática. En general, no se contemplan diversos contextos para garantizar la alfabetización probabilística. Por otro lado, en las fichas no se muestran algún tipo de expresión verbal discriminatoria (por estatus social, raza, género) o imágenes que promuevan estereotipos.

6 Conclusiones

El ambiente de reforma educativa que vive actualmente Perú es una oportunidad para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La elaboración de materiales curriculares desde el propio Ministerio es una iniciativa interesante que, sin embargo, corre el riesgo de quedarse a medio camino. Esto nos ha llevado a revisar y adaptar la guía de indicadores de idoneidad didáctica de probabilidad de Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018) para desarrollar un instrumento que permita analizar la pertinencia de materiales curriculares en dicho contenido en la educación secundaria peruana. Además, hemos ejemplificado su uso aplicándola sobre las fichas que tratan la probabilidad en dos cuadernos de trabajo que el Ministerio de Educación pone a disposición del profesor y estudiantes. Los resultados del análisis evidencian algunos aspectos sobre los que merece la pena reflexionar, de cara a plantear una serie de recomendaciones y sugerencias para la acción.

A diferencia de investigaciones previas sobre materiales curriculares, no solo hemos tratado el aspecto epistémico o ecológico, sino que hemos valorado de manera global el material, considerando las facetas cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional que no habían sido consideradas, y que lleva a plantear una visión holística de la pertinencia de los

procesos instruccionales previstos o pretendidos por medio de dichos recursos. Todos estos aspectos se han tenido en cuenta a la hora de adaptar la guía de indicadores de idoneidad.

Una carencia importante en la faceta epistémica tiene que ver con que las fichas de los cuadernos de trabajo no propongan situaciones problemas que muestren y relacionen los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo, subjetivo, frecuencial y clásico) y, por el contrario, enfatizen el significado clásico sobre el significado frecuencial. Esto concuerda con lo observado en otros estudios (SÁNCHEZ, 2009; ORTIZ, 2014; VÁSQUEZ; ALSINA; 2015) y se traduce, por ejemplo, en el uso excesivo de contextos basados en juegos de azar.

Esta escasa atención acerca del significado frecuencial es algo que señalan otros estudios, como el realizado sobre libros de texto, en España, por Gómez, Ortiz y Gea (2014, p. 67) quienes identifican “menos presencia las del significado frecuencial, escasa atención a la experimentación y nula a la simulación”. Además, se echan en falta ciertos conceptos y algunos procedimientos clave, como la comparación cualitativa de probabilidades, desarrollo de técnicas combinatorias sencillas y los que involucran estudio de la estabilidad de frecuencias relativas, que son necesarios en este nivel educativo (BATANERO; GODINO, 2002). Hoadley y Galant (2016), en un análisis sobre cuadernos de trabajo, señalan que el hecho de que este tipo de materiales no incluyan referencias conceptuales explícitas puede suponer un hándicap para el profesorado con un menor dominio del contenido didáctico-matemático.

Las propuestas de mejora en el aspecto epistémico deben ir orientadas, por tanto, a complementar el rango de situaciones problemas con tareas que conecten los diferentes significados de la probabilidad, experimentaciones y simulaciones, evitando la preponderancia de juegos de azar e incluyendo otros contextos, como los fenómenos atmosféricos y otros que requieran poner en juego el significado frecuencial.

Además, será necesario considerar, en el diseño global e implementación de las secuencias en el aula, estas situaciones problema conceptos, propiedades y procedimientos no abordados por los materiales. Por ejemplo: la distinción de fenómenos aleatorios de deterministas, comparaciones cualitativas de probabilidades, análisis de la estabilidad de frecuencias relativas, uso e interpretación de tabla de doble entrada y diagrama de árbol (justificando su pertinencia) etc.

Con respecto a la faceta cognitiva, la secuencia que establecen los materiales no plantea situaciones para conectar con los conocimientos previos del alumnado, elemento que se pondría en juego, sin ir más lejos, otorgando un papel importante a la experimentación y simulación de experimentos aleatorios, como señalan diversos autores (BATANERO, 2005; BATANERO; BOROVCNIK, 2016; INZUNSA, 2013; VÁSQUEZ; ALSINA, 2019; ZIMMERMANN;

JONES, 2002). Las situaciones propuestas en las fichas de los cuadernos de trabajo deben complementarse, modelando la probabilidad como límite de frecuencias relativas, lo que permitiría introducir la estadística inferencial desde una aproximación frecuencial (BATANERO; BOROVCNIK, 2016).

Por otro lado, un uso predominante de dispositivos equiprobables (dados, monedas) puede favorecer la aparición del sesgo de equiprobabilidad en los estudiantes si extienden la aplicación de la regla de Laplace a todas las situaciones probabilísticas que pretenden resolver. Como la aparición de sesgos de razonamiento es habitual, se hará necesario plantear situaciones para advertir al alumnado de posibles errores y sesgos (como el sesgo de equiprobabilidad). Los conflictos cognitivos se pueden evitar o resolver explicitando algunos términos que, si bien no aparecen recogidos en el programa curricular, emergen de las fichas de trabajo (espacio muestral, experimento aleatorio simple y compuesto, sucesos seguro e imposible, entre otras). Esto es algo que puede realizarse en un clima de aula dialogante, aprovechando las puestas en común, facilitando conexiones con otros contenidos intra o extra-matemáticos.

El análisis sobre la faceta afectiva muestra que desde las fichas de trabajo no se contempla el desarrollo de emociones y actitudes que conformen sistemas de creencias adecuados para la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad. Por ejemplo, el tratamiento del significado frecuencial no debería ser anecdótico, sino que debería formar parte de la evaluación. De forma interrelacionada con el aspecto cognitivo, la sección *aprendemos del error* debe ser punto de partida para que los alumnos valoren sus propios errores y los de sus compañeros, en el contexto real de clase.

Algo similar ocurre con las facetas interaccional y mediacional. Los materiales en sí no establecen espacios para la interacción ni cómo organizar puestas en común, al igual que, tampoco parecen contemplar el uso de diversos manipulativos, físicos o virtuales, con los que experimentar o simular. En este sentido, sería recomendable pedir a los estudiantes que desarrollen argumentos con los que justificar sus respuestas. Al mismo tiempo, para atender adecuadamente la faceta afectiva, se deben considerar y planificar situaciones en donde se pongan de manifiesto emociones y actitudes, para favorecer el desarrollo de creencias coherentes con el quehacer matemático (SCHOENFELD, 1985).

Por ejemplo, además de situar el eje del aprendizaje en las interacciones en pequeño grupo, haciendo visible el pensamiento de cada alumno, quizá, con pizarras compartidas, como sugiere Liljedahl (2021), se puedan realizar puestas en común donde se identifiquen los puntos de bloqueo y las formas de superarlos.

Además de las recomendaciones para los profesores, señaladas anteriormente, las cuales

surgen del análisis realizado sobre los cuadernos de trabajo, también cabe la posibilidad de realizar acciones complementarias a la publicación y puesta a disposición de este material. De esta manera, podría ser adecuado acompañar las fichas de los cuadernos de trabajo con guías de gestión en las que se recojan recomendaciones u orientaciones como las previas, extensibles también a las fichas de otros cursos u otros contenidos.

Como señalan Breda, Pino-Fan y Font (2017), la formación del profesorado sobre los criterios de idoneidad y su aplicación explícita permite enriquecer los procesos de reflexión didáctico-matemáticos sobre su propia práctica. En ese sentido, el instrumento desarrollado en nuestra investigación puede ser aplicado dentro de los planes de formación inicial del profesorado para desarrollar esta competencia.

Por último, una limitación de este trabajo es que solamente se ha realizado el análisis de las fichas de dos cuadernos de trabajo, sobre el contenido específico de la probabilidad. Como línea de trabajo futuro, se plantea la extensión de estudios similares a otros niveles educativos y a otros contenidos. En particular, teniendo en cuenta la importancia del razonamiento proporcional en la interpretación de la probabilidad (VAN DOOREN *et al.*, 2003) resultaría interesante indagar de manera conjunta cómo se presenta la proporcionalidad de manera previa.

Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado dentro del proyecto PID2019-105601GB-I00/AEI/10.13039/501100011003, con apoyo de los grupos S60_20R - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo) y FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

BALCAZA, T.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de libros de texto sobre la optimización en el bachillerato. *Bolema*, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 1061-1081, 2017.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa - RELIME*, v. 8, n. 3, p. 247-263, 2005.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. *In*: JONES, G. (ed.). *Exploring probability in school*. New York: Springer, 2005. p. 15-37.

BATANERO, C.; BOROVCNIK, M. *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

BATANERO, C.; GODINO, J. D. *Estocástica y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento

de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2002.

BELTRÁN-PELLICER, P.; GODINO, J. D. An onto-semiotic approach to the analysis of the affective domain in mathematics education. **Cambridge Journal of Education**, Cambridge, v. 50, n. 1, p. 1-20, 2020.

BELTRÁN-PELLICER, P.; GODINO, J. D.; GIACOMONE, B. Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 526-548, 2018.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

BREDA, A.; PINO-FAN, L. R.; FONT, V. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, London, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.

BROWN, M. The teacher-Tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. *In*: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISSENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (Eds.). **Mathematics teachers at work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Routledge, 2009. p. 17-36.

CASTILLO, M. J.; BURGOS, M.; GODINO, J. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 48, p. 1-25, 2021.

GAL, I. Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. *En*: JONES, G. A. (ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005. p. 39–64.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *En*: Conferência Interamericana de Educação Matemática - **CIAEM-IACME**, 13, 2011, Recife: CIAEM-IACME, 2011. p. 1-20

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, v. 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y probabilidad**. Madrid: Editorial Síntesis, 1987.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM Mathematics Education**, Heidelberg, v. 39, n. 1, p. 127-135, 2007.

GODINO, J. D.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 331-354, 2012.

GÓMEZ, E.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M. Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España. **Épsilon**, Cádiz, v. 31, n. 2, p. 25-42, 2014.

GÓMEZ, E.; ORTIZ, J. J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M. El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Sao Paulo, v. 35, p. 75–91, 2013.

- GÓMEZ, E.; ORTIZ, J. J.; GEA, M. Conceptos y propiedades de probabilidad en textos españoles de educación primaria. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, Madrid, v. 5, p. 49-71, 2014.
- HOADLEY, U.; GALANT, J. An analysis of the Grade 3 Department of Basic Education workbooks as curriculum tools. **South African Journal of Childhood Education**, Durbanville, v. 6, n. 1, p. 1-12, 2016.
- INZUNSA, S. Simulación y modelos en la enseñanza de la probabilidad: un análisis del potencial de los applets y la hoja de cálculo. *En*: SALCEDO, A. (ed.). **Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas**. Caracas: Universidad Central de Venezuela, 2013. p. 9-29.
- KRIPPENDORFF, K. **Content analysis: An introduction to its methodology**. Los Angeles: Sage, 2018.
- LECOUTRE, M. P. Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 23, n. 6, p. 557-568, 1992.
- LILJEDAHL, P. **Building Thinking Classrooms**. Thousand Oaks: Corwin, 2021.
- MINEDU. **Programa Curricular de Educación Secundaria**. Lima-Perú: Ministerio de Educación, 2016.
- MINEDU. **Cuaderno de trabajo de Matemática: Resolvamos problemas secundaria 1**. Lima-Perú: Ministerio de Educación, 2019a.
- MINEDU. **Cuaderno de trabajo de Matemática: Resolvamos problemas secundaria 2**. Lima-Perú: Ministerio de Educación, 2019b.
- MONJE, Y.; SECKEL, M.J.; BREDÁ, A. Tratamiento de la inecuación en el currículum y textos escolares chilenos. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 480-502, 2018.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- ORTIZ, J. J. Estudio de las situaciones problemas de probabilidad en libros de texto de bachillerato. *En*: GONZÁLEZ, M. T.; CODES, M.; ARNAU, D.; ORTEGA, T. **Investigación en Educación Matemática XVIII**. Salamanca: SEIEM, 2014. p. 503-511.
- PEPIN, B.; GUEUDET, G. Curriculum resources and textbooks in mathematics education. *In*: LERMAN, S. (ed.). **Encyclopedia of mathematics education**. New York: Springer, 2018. p. 172-176.
- POLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. NJ: Princeton University Press, 1945.
- REMILLARD, J. T.; KIM, O. K. **Elementary mathematics curriculum materials: Designs for student learning and teacher enactment**. Cham: Springer Nature, 2020.
- REMILLARD, J. T.; HARRIS, B.; AGODINI, R. **The influence of curriculum material design on opportunities for student learning**. **ZDM**, v. 46, n. 5, p. 735-749, 2014.
- RIVAS, H. **Idoneidad didáctica de procesos de formación estadística de profesores de educación primaria**. Tesis (Doctorado en Didáctica de la matemática) - Universidad de Granada, Granada, 2014. Disponible en: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Tesis_doctoral_HRivas.pdf. Acceso: 13 abr. 2021.

SÁNCHEZ, E. La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. **Educación matemática**, México, v. 21, n. 2, 39-77, 2009.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Orlando: Academic Press, 1985.

SERRANO, L.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. **Educación Matemática**, México, v. 10, n.1, p. 7-25, 1998.

VAN DOOREN, W.; DE BOCK, D.; DEPAEPE, F.; JANSSENS, D.; VERSCHAFFEL, L. The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 53, n. 2, p. 113-138, 2003.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, Madrid, v. 7, p. 27-48, 2015.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. **Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado**, Granada, v. 23, n. 1, p. 393-419, 2019.

WILLIAMS, R. J.; CONNOLLY, D. Does learning about the mathematics of gambling change gambling behavior? **Psychology of Addictive Behaviors**, Washington, v. 20, n. 1, p. 62-68, 2006.

ZIMMERMANN, G. M.; JONES, G. A. Probability Simulation: What Meaning Does It Have for High School Students? **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, Toronto, v. 2, p. 221-236, 2002.

**Submetido em 26 de Julho de 2021.
Aprovado em 13 de Março de 2022.**