

# Medir es una actividad matemática: hay que tomar medidas

Pablo Beltrán-Pellicer, Nuria Begué, Sergio Martínez-Juste, Antonio M. Oller-Marcén, Elena Mengual, Rafael Escolano

Universidad de Zaragoza

Pre-print para uso privado, cítese como:

Beltrán-Pellicer, P., Begué, N., Martínez-Juste, S., Mengual, E., Oller-Marcén, A. M., & Escolano, R. (2023). Medir es una actividad matemática: Hay que tomar medidas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 30-36.

## Resumen

El sentido de la medida se centra en la comprensión y comparación de atributos de objetos presentes en nuestro entorno natural. Aspectos clave de este sentido incluyen la selección de unidades adecuadas para estimar, medir y comparar; el empleo de instrumentos precisos para llevar a cabo mediciones; y el entendimiento de las relaciones entre distintas magnitudes a través de la experimentación. No obstante, la medida también actúa como base para abstracciones matemáticas fundamentales, como el número racional, al que accedemos a través de sus diversas representaciones, como las fracciones y los decimales. En este artículo, precisamente, exploraremos el interés que tiene la medida en matemáticas y el papel que juega en su aprendizaje.

Palabras clave: magnitudes y medida, sentido de la medida, número racional, fracciones, decimales.

## Introducción

En una reciente serie de televisión, los dos protagonistas (a quienes llamaremos Antonio y Miguel) comparten mesa en un restaurante. Ambos han pedido un escalope. Cuando el camarero se lo sirve, Antonio mira contrariado a su amigo. Su escalope es más pequeño. Sin embargo, Miguel le dice que no tiene motivos para quejarse, puesto que los dos tienen lo mismo: un escalope. Miguel tiene razón al decir que los dos tienen el mismo número de escalopes: uno. Los dos amigos saben *contar* y comparten una idea abstracta de unidad

aritmética que prescinde de cualquier característica del objeto. Sin embargo, Miguel tiene más cantidad de escalope que Antonio. Basta comparar directamente el uno con el otro para verlo, querríamos cuantificar esa diferencia, pero hay dificultades. La primera tiene que ver con la naturaleza de lo que estamos comparando, puesto que depende de alguna característica concreta de los objetos involucrados que debemos identificar y apreciar aisladamente. Una segunda dificultad radica en que, en este caso, no resulta tan inmediato encontrar una unidad de medida abstracta y compartida por todos. Superar estas y otras dificultades forma parte del proceso que llamamos *medir*.

Esta problemática, que ilustra las grandes diferencias (y algunas similitudes) entre *contar* y *medir*, es posiblemente tan antigua como la humanidad misma. Desde un punto de vista histórico, las técnicas de medida han surgido para dar respuesta a problemas cotidianos. Además, puede decirse que el concepto de número natural ha obstaculizado, durante un tiempo, la aparición de la fracción a la hora de comunicar el resultado de la medida. En efecto, la idea del número natural crea una inercia que invita a utilizar unidades lo suficientemente pequeñas para evitar el uso de fracciones. Sin embargo, cuando las sociedades establecen unidades para cada magnitud, fijas e independientes de los objetos a medir es, casi siempre, necesario fraccionar la unidad en partes iguales. Esto obliga a expresar el resultado de la medida con una fracción, provocando la aparición de las representaciones fraccionaria o decimal asociadas al número racional positivo.

## La medida como modelo de construcción del número racional

La medición tiene interés en matemáticas por varias razones. Evidentemente, se trata de un conjunto de saberes que se integran en el sentido de la medida que resultan de gran practicidad en situaciones de la vida cotidiana. De esta manera, ofrece contextos de aprendizaje y oportunidades de conexión excelentes para aplicar y relacionar otros saberes, como operaciones aritméticas, ideas geométricas, relaciones y funciones o estadística y probabilidad. Sin embargo, la medida en matemáticas es particularmente especial por otro motivo. Al verbalizar las acciones que se realizan en situaciones que involucran la manipulación de magnitudes y, especialmente, la comunicación del resultado de un proceso de medida, surge la necesidad de un nuevo tipo de número: el número racional positivo, en sus múltiples representaciones simbólicas (fracciones, decimales, etc.).

Los procesos de medida han jugado históricamente un papel fundamental en la construcción del número racional positivo y deberían jugarlo en la enseñanza de este conjunto numérico en Educación Primaria y Secundaria Obligatoria. En ese sentido, autores como Gairín (1998), Gairín y Sancho (2002) o Escolano (2007) vinculan el aprendizaje del número racional positivo con la medida de magnitudes. A partir de esos trabajos se configura una propuesta de enseñanza en Educación Primaria coherente con esa génesis histórica del número racional que introduce la fracción con el significado de medida. Posteriormente, se introduce el significado de reparto igualitario para dar significado a las expresiones decimales y conectar estas con la representación fraccionaria. No se

trata tanto de reproducir el proceso histórico, sino de tener en cuenta las situaciones que históricamente motivaron la necesidad de fracciones y decimales.

En esta propuesta, la representación fraccionaria surge cuando el alumnado mide, físicamente y con objetos tangibles, cantidades de las magnitudes continuas longitud, área, masa y capacidad. La técnica de medida propuesta se realiza en una fase con unidades arbitrarias elegidas adecuadamente, creando subunidades que tengan la misma cantidad de magnitud al fraccionar la unidad en partes iguales. Mediante experiencias de manipulación física de objetos (Figura1), según un enfoque de enseñanza a través de la resolución de problemas (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2022), el alumnado identifica y conserva dichas magnitudes; compara, directamente o con objetos intermedios, cantidades de magnitud; ordena cantidades aplicando la propiedad transitiva si se precisa; reconocen la unidad de medida y saben fraccionarla en partes iguales que etiquetan como *subunidades* (Chamorro y Belmonte, 1991). Además, verbalizan las acciones de medida, ampliando el vocabulario y enriqueciendo el lenguaje relacionado con cada magnitud. Como era previsible, les resulta más sencillo realizar los fraccionamientos en partes iguales de las unidades de longitud y área que los de masa y capacidad. Sin embargo, no concluye aquí el proceso de medida para cuantificar el resultado: es preciso el transporte, reiteración y recuento de las unidades o subunidades sobre la cantidad a medir. Aparece así la fracción, donde el numerador *numera*; es decir, indica cuántas subunidades iguales se necesitan para cubrir la cantidad a medir, y el denominador *denomina*; es decir, indica el tamaño de las subunidades que los alumnos han elegido para cubrir la cantidad a medir.



Figura 1. Alumnado ante situaciones de comparación (izquierda) y medida (derecha) de longitudes. Fotos: Aurora Domenech Penón y Sergio Martínez-Juste.

Cabe destacar, que en este primer encuentro del alumnado con la fracción no se abordan otros saberes de la medida, como la medida con unidades del sistema legal, el uso de instrumentos de medida, los cambios de unidades, la relación de proporcionalidad inversa entre el resultado de la medida y el tamaño de la unidad, o la estimación y el cálculo mental en situaciones de medida. Estos saberes serán objeto de estudio según se avance en la construcción del número racional.

Esta introducción de la fracción elude deliberadamente la enseñanza tradicional sustentada en tareas que solicitan expresar con una fracción la relación entre una parte y un todo. Estas tareas se pueden resolver mediante un doble recuento de las regiones resaltadas en los dibujos, sin necesidad de utilizar números diferentes de los naturales. Este modelo parte-todo, además de no ser

coherente con los procesos de medida que se erigen como razón de ser para el número racional, genera obstáculos de corte didáctico, al dificultar la ruptura con las concepciones previas en torno al número natural.

Posteriormente, se propone introducir la fracción como resultado de un reparto igualitario realizado en una sola fase, de forma que el numerador de la fracción indica el número de objetos a repartir y el denominador el número de participantes. Así, la fracción expresa la cantidad de magnitud que recibe cada participante. A continuación, se introduce la *Representación Polinómica Decimal* (como suma de fracciones decimales), cuando el mismo reparto se realiza en varias fases y se exigen fraccionamientos sistemáticos en diez partes iguales de las cantidades sobrantes en cada fase. El paso a la notación decimal se justifica por economía de la escritura de la Representación Polinómica Decimal. De esta manera, el alumnado conecta los sistemas de representación fraccionario y decimal al realizar una misma acción de reparto utilizando dos técnicas diferentes (Figura 2). La construcción del número racional positivo se completa con la incorporación, en cursos posteriores de la Educación Obligatoria, de los significados de operador y de razón.

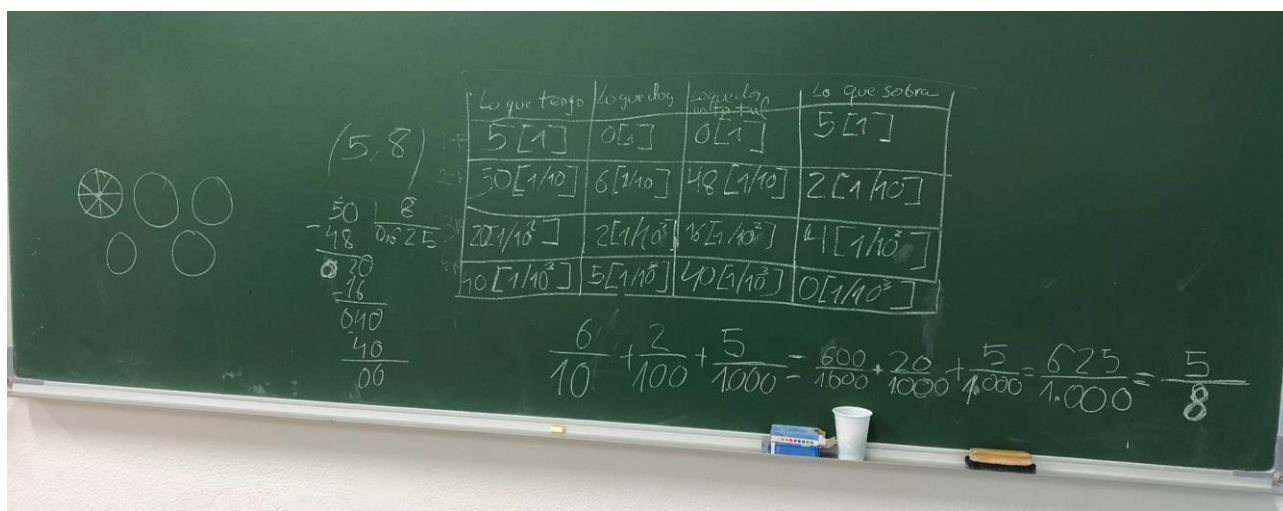


Figura 2. Modelo de reparto para conectar diferentes representaciones del número racional. Foto: Manuel Siaba Lestón.

En resumen, hemos presentado las líneas generales de una propuesta que se articula alrededor de actividades de medida de las magnitudes escolares y que propicia el desarrollo del sentido de la medida que plantea el actual currículo en Aragón (Gobierno de Aragón, 2022a, 2022b). Este desarrollo autonómico plantea interesantes conexiones entre el sentido numérico y el sentido de la medida, considerando las fracciones (y otros aspectos del racional) en este último. No obstante, conviene aclarar que la medida va más allá de cuantificar la cantidad y no debería asociarse exclusivamente con el cálculo de cantidades de magnitud. Dado que el alumnado acude al colegio con un escaso bagaje experiencial sobre medida, comparado con el que podría haber recibido un niño o una niña a mediados del siglo XX, es imprescindible que el colegio aporte estas experiencias, proporcionando abundantes y diversas situaciones en las que el alumnado manipula y, sobre todo, reflexiona sobre las acciones que realiza al comparar y medir magnitudes. De esta manera, en los primeros cursos habrá que enfatizar las situaciones de conservación, comparación y medida con unidades arbitrarias, mientras que en los últimos cursos de Primaria y primeros de ESO se conectará con la representación fraccionaria del número racional.

## La medida en los libros de texto

Visto lo anterior, podemos preguntarnos en qué estado nos encontramos. Si dirigimos nuestra mirada a los libros de texto, se observa que estos proponen principalmente actividades cuyo objetivo es el dominio de operaciones aritméticas y la mecanización de procedimientos. Así, se pide al alumnado realizar cambios de unidades, pasar expresiones complejas a incomplejas o resolver problemas aritméticos de enunciado verbal donde las medidas que intervienen aparecen explícitamente. Si asumimos que los libros de texto reflejan, al menos en cierta manera, la práctica de aula, este tratamiento de los contenidos de medida sugiere que el trabajo realizado en las aulas puede pecar de una *aritmización* de la medida, lo que produce una desnaturalización de los objetivos reales de aprendizaje en torno a ella (Mengual, 2017; Mengual et al., 2017). En ese sentido, es vital que los docentes sean conscientes de las limitaciones de los materiales para poder salvarlas, complementando la secuencia adecuadamente.

Una de estas carencias de los libros de texto es que las oportunidades para realizar mediciones, comparaciones u ordenaciones son escasas o anecdóticas (Mengual, 2017; Mengual et al., 2017). De esta manera, quizá debido al formato de este recurso, la realización de medidas directas aparece solo para las magnitudes de longitud, área y amplitud angular. Igualmente, el libro de texto invita a la utilización de instrumentos de medida en momentos muy puntuales y escasos, a pesar de que favorece la conceptualización a partir de la propia experiencia. Como consecuencia, las tareas que requieren el uso de materiales manipulativos quedan relegadas al primer ciclo de Educación Primaria.

Además, en la realización de las medidas directas presentes en los libros de texto se evita la toma de decisiones acerca de, por ejemplo, qué unidad de medida utilizar y aparece rápidamente la regla como instrumento que permite medir longitudes. El hecho de que las subdivisiones de la unidad de medida vengán prefijadas conlleva que no se utiliza la medida como modelo para trabajar la construcción del número racional. Las implicaciones de esto son profundas, pues como señalan Escolano y Gairín (2005), la medida no solo aporta significado al racional, sino que la ausencia de la medida directa y su expresión por parte del alumnado supone un impedimento para articular los significados del número racional.

## La medida más allá del racional

Como se ha mencionado anteriormente, el número real también encuentra su razón de ser en problemas de medida, pues de forma natural aparecen longitudes imposibles de expresar mediante una fracción. A partir de ahí, los nuevos currículos desarrollados al amparo de la LOMLOE extienden el sentido de la medida a cursos superiores. De esta forma, se conecta, de alguna manera, ese trabajo con la medida de magnitudes más propio de la etapa de Educación Primaria y de primer ciclo de Educación Secundaria con saberes más avanzados. Una vez

abordada de manera profunda la conexión entre las diferentes representaciones del número racional, ese trabajo en medida continúa con saberes como la tasa de variación media y el estudio de variaciones, cuya meta no es otra que el cálculo infinitesimal.

También se podrían establecer conexiones con saberes de otros sentidos. Por ejemplo, el número racional emerge en probabilidad al tratar de cuantificar el grado de certeza de la ocurrencia de un suceso. Esto se lleva a cabo comparando con el suceso seguro, cuya probabilidad de ocurrencia es la unidad.

Además, los procesos de medida ofrecen un nexo de unión muy claro con las ciencias experimentales. Allí, una vez desarrollada la idea de que medir es comparar, interesa especialmente el uso de diversos instrumentos. De esta manera se enfatizan aspectos como el tratamiento de los errores y la precisión. Se trata de obtener información sobre un fenómeno físico, crear un modelo y poder efectuar predicciones a partir de él. De esta manera, ambos enfoques se complementan entre sí dando una visión más completa de la actividad de medir.

## Agradecimientos

Trabajo realizado como parte del proyecto de investigación PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033 y con apoyo del Grupo S60\_20R - Investigación en Educación Matemática (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo).

## Bibliografía

Beltrán-Pellicer, P., & Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma*, 98, 11-21.

Chamorro, C., & Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida*. Síntesis.

Escolano, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: Un estudio desde los modelos de medida y cociente* [Tesis doctoral]. Universidad de Zaragoza.

Escolano, R., & Gairín, J. M. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 1, 17-35.

Gairín, J. M. (1998). *Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación* [Tesis Doctoral]. Universidad de Zaragoza.

Gairín, J. M., & Sancho, J. (2002). *Números y algoritmos*. Síntesis.

Gobierno de Aragón (2022a). Orden ECD/1112/2022, de 18 de julio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *BOA n.º 145 de 27 de julio de 2022*. Gobierno de Aragón.

Gobierno de Aragón (2022b). Orden ECD/1172/2022, de 2 de agosto, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. *BOA n.º 156 de 11 de agosto de 2022*. Gobierno de Aragón.

Mengual, E. (2017). *Caracterización del contenido matemático subyacente al libro de texto en medida* [Tesis doctoral]. Universitat Autònoma de Barcelona.

Mengual, E., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2017). Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: el caso de la medida. *REDIMAT*, 6(2), 136-163.