REFLEXIONES SOBRE EL DISEÑO DIDÁCTICO DE UN CICLO FORMATIVO PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS

Reflections on the didactic design of a training cycle for the development of didactic-mathematic competencies

Giacomone, B.[a], Verón, M. A.[b] y Beltrán-Pellicer, P.[c]

[a]Università della Repubblica di San Marino, [b]Universidad Nacional de Misiones, cUniversidad de Zaragoza

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis reflexivo sobre el diseño e implementación de un ciclo de formación dirigido a futuro profesorado de Matemáticas de educación secundaria, evidenciando en qué medida se ha favorecido el aprendizaje de los participantes y qué aspectos necesitan explorarse más. El ciclo didáctico tiene como objetivo el desarrollo de competencias didáctico-matemáticas que les permita identificar y discriminar prácticas, objetos, procesos matemáticos y posibles conflictos semióticos inherentes en la resolución de diversas situaciones-problemas. El análisis previo de las tareas y de las respuestas se apoya en el uso de herramientas teóricas y metodológicas del enfoque ontosemiótico. Se concluye que estas actividades formativas son necesarias y desafiantes para la formación del profesorado, como se evidencia a lo largo del ciclo de formación mediante las dificultades y los aprendizajes que enfrentan los futuros profesores.

Palabras clave: *diseño didáctico, competencias didácticas, formación de profesores, diferencial de una función.*

Abstract

This paper presents a reflective analysis of the design and implementation of a training cycle aimed at future secondary school mathematics teachers, showing to what extent participant learning has been facilitated and which aspects need further exploration. The didactic cycle aims to develop didactic-mathematical competencies enabling them to identify and discriminate mathematical practices, objects, processes, and possible semiotic conflicts inherent in solving various problem situations. The prior analysis of tasks and responses is supported by the use of theoretical and methodological tools from the onto-semiotic approach. It is concluded that these formative activities are necessary and challenging for teacher training, as evidenced throughout the training cycle by the difficulties and learning experiences faced by future teachers.

Keywords: *didactic design, didactic competencies, teacher education, differential of a function.*

INTRODUCCIÓN

Según la literatura, el análisis minucioso de tareas escolares y el reconocimiento de la complejidad de conocimientos implicados en la resolución de las posibles soluciones se considera un factor clave para explicar las dificultades de aprendizaje en matemáticas (Chapman y An, 2017; Kadunz, 2016). Esto incluye la comprensión de conceptos, procedimientos y su aplicación para la resolución de problemas, así como para tomar decisiones fundamentadas en la enseñanza. Por lo tanto, se considera una competencia didáctica específica del profesor de matemáticas (Godino et al., 2017). Esto implica que el futuro profesor de matemáticas tenga la oportunidad de abordar, desde su formación, acciones formativas que le permitan avanzar hacia el conocimiento y uso competente de herramientas

Giacomone, B., Verón, M.A. y Beltrán-Pellicer, P. (2024). Reflexiones sobre el diseño didáctico de un ciclo formativo para el desarrollo de competencias didáctico-matemáticas. En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 281-288). SEIEM.

específicas, eficaces para: diseñar y comprender la complejidad matemática de las situaciones-problemas que proponen a sus estudiantes, comprender y gestionar los conflictos de aprendizaje, gestionar la institucionalización de los conocimientos y evaluar todo el proceso de enseñanza y aprendizaje impartido.

En este trabajo se presenta el tipo de análisis que estamos experimentando con futuros profesores de matemática centrado en el desarrollo de la competencia para identificar y describir las prácticas, objetos y procesos matemáticos implicados en tareas matemáticas. Dada la complejidad de la enseñanza del diferencial (López-Gay et al., 2015), se propone, como contexto didáctico, tareas que implican el uso de este concepto. Por tales motivos, el objetivo de este trabajo es compartir una reflexión sobre el diseño e implementación de un ciclo formativo para desarrollar la competencia de análisis ontosemiótico con futuros profesores de matemáticas.

MARCO TEÓRICO Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino et al., 2007) se ha desarrollado la noción de práctica matemática entendiéndola como "toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a distintos contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

En la realización de las prácticas matemáticas intervienen y emergen objetos de diversos tipos, de acuerdo con la función que desempeñan en dichas prácticas (elementos lingüísticos, situaciones-problemas o tareas, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos). Y también, intervienen y emergen procesos matemáticos (particularización, generalización, representación, …) (Godino et al., 2007). El reconocimiento explícito de tales objetos y procesos permite prever conflictos potenciales y efectivos de aprendizaje, evaluar las competencias matemáticas de los estudiantes e identificar objetos que deben ser recordados e institucionalizados en los momentos oportunos de los procesos de estudio (Godino et al., 2011).

Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del Profesor

El modelo de Competencias y Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CCDM) del profesor de matemáticas, desarrollado por Godino et al. (2017), articula los conocimientos y competencias necesarios para la enseñanza teniendo en cuenta seis facetas, y sus componentes, de los procesos de estudio matemático (ecológica, epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional).

En particular, la competencia general de diseño e intervención didáctica permite al profesor describir, explicar y juzgar lo que ha sucedido en el proceso de estudio y hacer propuestas de mejora. Dicha competencia contempla, entre otras, la identificación de las situaciones-problemas y las prácticas implicadas en su resolución, el reconocimiento de la configuración de objetos y procesos intervinientes y emergentes de las prácticas matemáticas, y la identificación de significados.

En este trabajo focalizamos la atención en la competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, que implica la competencia del profesor para utilizar la noción de configuración ontosemiótica como una herramienta que facilita la identificación de objetos y procesos intervinientes en las prácticas matemáticas. Es decir, reconocer el conocimiento didáctico-matemático sobre el propio contenido (la diferencial), teniendo en cuenta el conocimiento de la pluralidad de los significados institucionales de cualquier objeto matemático, los diferentes contextos de uso, y los sistemas de prácticas, objetos y procesos implicados en cada significado (Giacomone et al., 2018).

Las consignas del diseño formativo involucran análisis ontosemióticos de tipo epistémico—de las tareas matemáticas y de su resolución—y, además, de tipo cognitivo, ya que se les pedía a los futuros profesores analizar respuestas de alumnos. En este trabajo centramos nuestra atención en la reflexión sobre el tipo de análisis epistémico que realizan los futuros profesores de matemáticas (FPM) a una nueva situación-problema en la que interviene la diferencial de una función (análisis a priori).

El desarrollo de la competencia de análisis epistémico implica:

- Proponer diferentes estrategias de resoluciones para la situación-problema.
- Dividir las resoluciones en prácticas matemáticas y reconocer el uso e intencionalidad de cada una de las prácticas.
- Identificar los objetos: lenguajes (natural, icónico, diagramático, simbólico…), conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, que intervienen en esas prácticas.
- Reconocer los procesos matemáticos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas.
- Identificar conflictos epistémicos potenciales de las resoluciones.
- Relacionar las configuraciones de prácticas, objetos y procesos con los significados parciales del concepto diferencial.

En particular, abordamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué prácticas, objetos y procesos matemáticos identifican los FPM en la resolución de una situación-problema?

Modelo Ontosemiótico de los Significados Parciales del Diferencial

En Verón y Giacomone (2021) se han descripto cuatro significados parciales del diferencial caracterizando los sistemas de prácticas, objetos y procesos que intervienen y emergen en cada significado. En síntesis, la diferencial de Leibniz se asocia con la consideración del diferencial como una cantidad infinitesimal o infinitamente pequeña, donde se considera que un incremento infinitesimal dx en x produce un incremento infinitesimal dy en y. En cambio, la diferencial de Cauchy se relaciona con el uso de la derivada para definir al diferencial por medio de la ecuación $dy=y'dx$, donde se plantea que los procedimientos de cálculos se realizan con el proceso de paso al límite dando lugar a la derivada de la función en el punto (x, y). Esta descripción se ha ampliado con la incorporación de los conocimientos didáctico-matemáticos que intervienen en los procesos de estudio del diferencial (Verón et al., 2024).

METODOLOGÍA

La investigación se encuadra en una metodología cualitativa que recolecta y analiza datos a lo largo de un ciclo formativo, de tipo descriptivo y exploratorio. Se aplicará el método de las investigaciones de diseño (Kelly et al., 2008) basado en las cuatro fases siguientes y fundamentadas por las herramientas del EOS: estudio preliminar, diseño de tareas, implementación, análisis retrospectivo. Además, se utilizará la técnica de análisis de contenido para la valoración de las producciones.

Contexto de la Investigación, Participantes y Recogida de Datos

El ciclo formativo se implementó durante el año 2022, durante cuatro sesiones de dos horas y media cada una, en el ámbito del curso Seminario de Didáctica de la Matemática. Participaron 12 estudiantes, futuros profesores de matemáticas, que estaban cursando el cuarto año de la carrera de Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de un Instituto Superior de Formación Docente de Argentina. La mayoría de los participantes han realizado lecturas sobre algunos conocimientos teóricos previos de las nociones básicas del EOS que caracterizan a una configuración ontosemiótica.

La implementación del ciclo formativo se desarrolló en seis fases.

En la Fase 1, se plantea la resolución y discusión de una primera tarea matemática que tiene la intención de realizar una exploración inicial de los significados personales de los FPM sobre la diferencial. En la Fase 2, se introduce el análisis epistémico para la identificación y reconocimiento de los distintos objetos matemáticos involucrados en las tareas y que emergen de los distintos tipos de resoluciones esperadas. Luego se propone, en la Fase 3, realizar un análisis ontosemiótico de tipo cognitivo, sobre una respuesta a un problema que da un estudiante hipotético.

En la Fase 4, se avanza hacia la consolidación en el uso de herramientas de análisis. Se propone la Tarea 4 sobre un problema de aceleración basado en el cálculo de la distancia total recorrida de un auto, adaptado de López-Gay (2001), y se plantea: 1) Resuelve la tarea matemática; 2) Identifica las distintas prácticas matemáticas que se deben realizar; 3) Identifica los conocimientos que se ponen en juego (objetos y procesos matemáticos referidos en las prácticas); 4) ¿Qué significado parcial del diferencial se pretende movilizar en la tarea?

Posteriormente, en la Fase 5, se propone realizar un análisis ontosemiótico de una lección de un libro de texto de cálculo. Y en la Fase 6, se crea un espacio didáctico específico para la evaluación de los avances que han logrado los estudiantes, para discutir sobre la importancia del conocimiento didácticos-matemáticos de los distintos significados del diferencial para el diseño de tareas, y reflexionar sobre la importancia de las tareas realizadas en la futura práctica profesional. Al final de toda la implementación, se realizó un análisis retrospectivo de todo el ciclo formativo con el objetivo de identificar puntos de mejora y tomar decisiones para futuras implementaciones.

Por limitaciones de espacio, presentamos el análisis a priori e implementación de la Tarea 4.

Figura 1. Consigna de la Tarea 4. Fuente: Adaptado de Giacomone et al. (2018)

Situación problema

Un auto pasa de 8.33 m/s a 33.33 m/s en 9 s con aceleración constante. Calcular el desplazamiento durante esos 9 s.

Consignas

1) Resolver la siguiente situación problema.
2) Describe el procedimiento seguido indicando la secuencia de prácticas elementales que has realizado para resolver la tarea; añade las explicaciones necesarias para justificar las respuestas.
3) Completa la tabla incluida a continuación en la que se identifican los conocimientos que se ponen en juego en el enunciado y en cada una de las prácticas elementales, (añade las filas necesarias):

Secuencia de prácticas matemáticas para resolver la tarea	Uso e intencionalidad de las prácticas	Objetos referidos en las prácticas (lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos)
P1	….	…
P2	….	…
P3	….	…

4) ¿Qué significado parcial del diferencial se puede relacionar con la tarea? Argumente su respuesta

ANÁLISIS A PRIORI DEL DISEÑO DIDÁCTICO

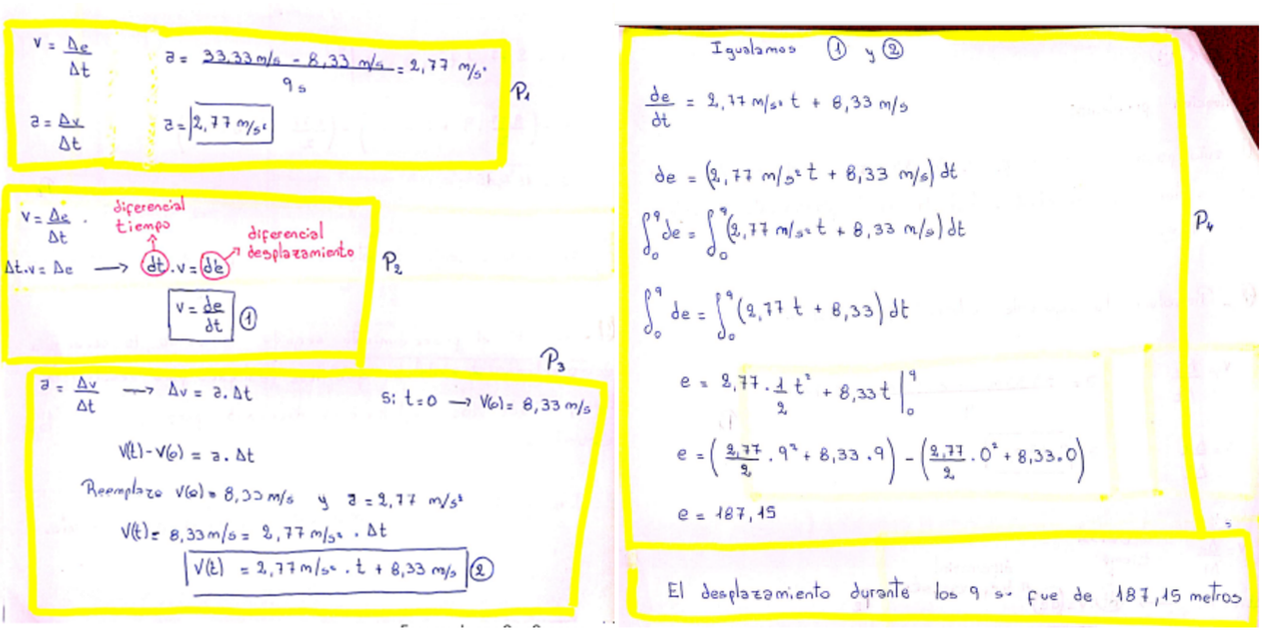
En el análisis del diseño didáctico de la Tarea 4, se consideraron diversos aspectos: los tipos de conocimientos didácticos-matemáticos implicados, la intencionalidad didáctica y las competencias profesionales de los FPM que participan en dicha tarea. En este contexto, se destaca que las cuatro consignas de la Tarea 4 abordan aspectos de la dimensión epistémica del conocimiento didáctico-matemático relacionado con la diferenciación (consultar Verón et al., 2024). En cuanto a la intencionalidad, las consignas 1, 2 y 3 se centran en identificar estrategias de resolución de problemas y describir prácticas, objetos y procesos matemáticos. Por otro lado, la consigna 4 busca que los FPM establezcan conexiones entre la configuración epistémica y los significados parciales del diferencial.

Las configuraciones elaboradas por los FPM se analizan según las acciones que permiten dar cuenta del desarrollo de la competencia de análisis epistémico (Burgos y Godino, 2022); es por ello que, en primer lugar, se valora si los FPM lograron resolver la situación-problema y dividir la resolución en una secuencia de prácticas matemáticas elementales; en segundo lugar, se valora si reconocen el uso e intencionalidad de cada una de las prácticas; en tercer lugar, se avanza sobre la identificación de los objetos matemáticos que intervienen en las practicas; y por último, se valora qué relaciones establecen entre las prácticas y objetos matemáticos con los significados parcial del diferencial.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se recupera a modo de ejemplo la resolución de un FPM (E12) para analizar sus acciones y decisiones en relación con la implementación de la Tarea 4. Una de las primeras acciones que se valora tiene que ver con la *resolución y reconocimiento de la secuencia de prácticas matemáticas elementales*. En la resolución E12 (ver Figura 2) se observa cómo identifica las prácticas matemáticas que componen la resolución y las divide según las acciones y decisiones tomadas para comprender la situación-problema. Tal vez, resulte necesario subdividir la práctica cuatro en prácticas más elementales ya que intervienen objetos matemáticos diferentes y complejos. Es decir, al principio se emplea la noción de diferenciales y se establece una ecuación diferencial, luego se plantea la integral definida como una suma de infinitos (*de*), y, por último, se utiliza la regla de Barrow. En este sentido, se podría descomponer la práctica cuatro en tres prácticas matemáticas elementales.

Figura 2. Parte de la resolución del E12 de la Tarea 4. Fuente: Elaborado por los autores



También, se observa que E12 logra reconocer la intencionalidad de cada una de las cuatro prácticas matemáticas que ha dividido su resolución, pero ésta resulta ser general, y, en consecuencia, pasa por alto objetos y procesos importantes (ver Figura 3). Por ejemplo, en la práctica dos se establece el diferencial tiempo (dt), el diferencial desplazamiento (de) y se los relaciona mediante la ecuación (dt.v=de) para obtener la expresión (v=de/dt). Además, subyace el proceso de consideración de los infinitesimales en el tiempo y en el desplazamiento lo que posibilita el paso de los incrementos a los diferenciales. Sin embargo, E12 plantea que la intencionalidad de la práctica es “Establecer una expresión para la velocidad” la cual es incompleta ya que no logra reconocer todos los procesos matemáticos que intervienen en esta práctica. Una posible dificultad podría estar asociada al hecho de que es posible dividir la práctica dos en prácticas más elementales que permitan mostrar con mayor detalle los procesos que se están realizando de manera implícita.

Otra acción que se valora es la identificación de los objetos matemáticos. Se observa que los FPM logran vincular los tipos de lenguajes con sus funciones en el contexto del problema. Por ejemplo, identifican el aritmético para el cálculo de la aceleración, el funcional para expresiones de velocidad en función del tiempo v(t), el coloquial para comunicar la solución de la tarea, y también, identifican al lenguaje simbólico y algebraico (Figura 3).

Figura 3. Parte de la resolución del E12 de la Tarea 4. Fuente: Elaborado por los autores

Prácticas matemáticas	Intencionalidad	Objetos matemáticos
P_1	Establecer una expresión para calcular la aceleración.	Lenguaje: Simbólico (Δe, Δt...), aritmético (operaciones) algebraico (2,77 m/s²). Concepto: Operaciones aritméticas, cuadrado, distancia (m), tiempo (s), velocidad, aceleración, incremento, Proposiciones: Procedimientos: Calcular el incremento de velocidad y tiempo para hallar la aceleración. Argumentos.
P_2	Establecer una expresión para la velocidad	Lenguaje: simbólico (dt), algebraico ($\Delta t \cdot v = \Delta e$) Concepto: Diferencial Proposición: dt (dif. tiempo), de (dif. de plazamiento) Procedimiento: trabajo algebraico par establecer la igualdad $v = \frac{de}{dt}$. Argumento: $dx \rightarrow \Delta x$

En general, todos los FPM lograron resolver la situación-problema, algunos presentaron incluso dos soluciones. Respecto a la división de la resolución en prácticas matemáticas, la mayoría identificó las prácticas elementales (8 de los 12 participantes). Por lo tanto, se evidencia que los FPM consideran diversas acciones y decisiones para avanzar en la tarea al dividir las prácticas matemáticas. Además, se destaca la importancia de que el FPM sea competente en el *reconocimiento del uso e intencionalidad de las prácticas matemáticas*. No es suficiente con describir o narrar los pasos realizados, sino que se requiere identificar cuál es el uso de esa práctica en el contexto del problema. Cada práctica matemática tiene un propósito específico, como establecer un procedimiento, calcular un valor, relacionar conceptos/proposiciones, interpretar una representación o comunicar una idea matemática. Por lo tanto, es esencial que el profesor pueda identificar el uso e intencionalidad de cada práctica, ya que esto le permite valorar las relaciones e ideas matemáticas expresadas por los estudiantes, así como los procesos que intervienen y emergen como indicadores de aprendizaje. Identificar estos procesos también es crucial para discutirlos, institucionalizarlos o identificar posibles conflictos cognitivos en las resoluciones.

Se evidencia que las proposiciones son difíciles de identificar por los FPM ya que implica una cierta competencia en reconocer las relaciones entre los conceptos-definiciones, en preguntarse cómo se relacionan estos conceptos, qué ideas construyen estos conceptos que se están utilizando; resultados que se encuentran en línea con otros estudios, como Giacomone et al. (2016).

Para enriquecer el análisis epistémico y mejorar la comprensión del uso e intencionalidad de las prácticas matemáticas, así como el reconocimiento de proposiciones, algunos autores sugieren implementar un paso intermedio entre la resolución de la tarea y el análisis epistémico: "una narrativa temporal que explique, en términos matemáticos, las prácticas utilizadas para resolver la tarea. Esta narrativa puede ayudar a describir las configuraciones epistémicas involucradas" (Rodríguez-Nieto et al., 2022, p. 2381).

En relación con la pregunta 4, de las 12 resoluciones de los FPM, tres asocian al diferencial de Leibniz justificando su uso al referirse a "cantidades infinitesimales" (E10) o al considerar "tiempo y velocidad como cantidades infinitesimales” (E7). En cambio, E11 asocia al diferencial de Cauchy identificando conceptos como: “razón de incrementos, diferenciales, cociente de diferenciales y función derivada”. Es importante remarcar que en la justificación de E11 se menciona al concepto de “función derivada”, el cual no es reconocido en la identificación de los objetos matemáticos en las prácticas. Este hecho nos permite advertir la necesidad de volver a discutir con los FPM este interrogante y proponer nuevas actividades que incluyan momentos de reflexión sobre las relaciones que se establecen entre las configuraciones de prácticas, objetos y procesos y los significados parciales del diferencial que están interviniendo y emergiendo en las resoluciones.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la reflexión sobre el diseño e implementación de una tarea que forma parte de un ciclo formativo para desarrollar la competencia de análisis ontosemiótico. Los resultados indican que los futuros profesores de matemáticas han logrado identificar y reconocer de manera competente las prácticas, objetos y procesos matemáticos cuando realizaron el análisis de tarea propuesta. Sin embargo, enfrentan un desafío significativo al identificar proposiciones y argumentos. Se sugiere que esta dificultad puede deberse a que, en la mayoría de los análisis ontosemióticos realizados por los FPM, las proposiciones y argumentos no están explícitamente formulados, lo que dificulta su reconocimiento. No obstante, dado que estos elementos desempeñan funciones importantes en la resolución de problemas, se considera que, con más tiempo y experiencia formativa, los FPM podrán superar estas dificultades.

En el diseño del ciclo formativo se abordaron los significados parciales del diferencial de Leibniz y de Cauchy, pero no se trabajaron otros significados; sin embargo, se presentaron para familiarizarse con su existencia, aunque se requiere más tiempo y nuevas experiencias formativas para estudiarlos. Además, es importante tener en cuenta que los significados del diferencial intervienen y emergen de diferentes contextos de aplicación, lo que implica diferentes niveles de complejidad ontosemiótica de los objetos matemáticos que intervienen. Por lo tanto, es pertinente cuestionarse si es posible abordar con el mismo grupo de estudiantes todos los significados del diferencial.

En la actualidad, en el campo de la didáctica del cálculo y la física, continúan surgiendo investigaciones que proponen nuevas categorizaciones sobre los usos del diferencial en problemas relacionados con la derivada y la integral (e.g. Bueno et al., 2022; Stevens y Jones, 2023, entre otros). Estos resultados nos obligan a seguir pensando en el diseño de acciones formativas en torno a los procesos instruccionales del diferencial de una función.

En conclusión, las herramientas que permiten organizar y sistematizar la reflexión sobre la práctica del profesor, como el análisis de las configuraciones epistémicas, “ayudan al profesor a establecer un escenario hipotético de aquello que se espera encontrar en el aula cuando se implementa una tarea” (Garcia-Mora y Díez-Palomar, 2023, p. 265). Ser competente en el uso de esta herramienta permitirá al docente poner en contraste el análisis epistémico, esperado, de la tarea con el análisis cognitivo, producto de lo que realmente sucede en el aula, orientando así al reconocimiento de competencias matemáticas de los estudiantes.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los proyectos PID2021-122326OBI00 (España) y 16Q1706-PI (FCEQyN – UNaM, Argentina) y el grupo S60_2–R - Investigación en Educación Matemática, del Gobierno de Aragón.

Referencias

Bueno, S., Burgos, M., D. Godino, J. y Pérez, O. (2022). Significados intuitivos y formales de la integral definida en la formación de ingenieros. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 25(*2), 135–168. https://doi.org/10.12802/relime.22.2521

Burgos, M. y D. Godino, J. (2022). Assessing the epistemic analysis competence of prospective primary school teachers on proportionality tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*, 367–389. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0

Chapman, O. y An, S. (2017). A survey of university-based programs that support in- service and pre-service mathematics teachers' change. *ZDM Mathematics Education, 49*(2), 171–185. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0852-x

Garcia-Mora, E. y Díez-Palomar, J. (2023). Uso de la configuración epistémica para contrastar el estado hipotético e implementado de la instrucción matemática. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 259–266). SEIEM.

Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Blanco, T. F. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En A. Berciano, C. Fernández, T. Fernández, J. González, P. Hernández, A. Jiménez, J. A. Macías, F. Ruiz, M. T. Sánchez, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 257–265). SEIEM.

Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Blanco, T. F. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Revista Complutense de Educación, 24*(1), 35–52. https://doi.org/10.5209/RCED.54880

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325–355.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(37), 90–113. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 39*, 127–135.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics, 77*(2), 247–265.

Kadunz, G. (2016). Diagrams as means for learning. En A. Sáenz-Ludlow y G. Kadunz (Eds.), Semiotics as a tool for learning mathematics (pp. 111–126). SensePublishers.

https://doi.org/10.1007/978-94-6300-337-7_6

Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (Eds.). (2008). *Handbook of design research in methods in education. Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching*. Routledge.

López-Gay, R. L. V. (2001). *La introducción y utilización del concepto de diferencial en la enseñanza de la física. Análisis de la situación actual y propuesta para su mejora* [Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Madrid]. http://hdl.handle.net/10486/671450

López-Gay, R., Sáez, J. M. y Torregrosa, J. M. (2015). Obstacles to mathematization in physics: The case of the differential. *Science & Education, 24*(5-6), 591–613. https://doi.org/10.1007/s11191-015-9757-7

Rodríguez-Nieto, C. A., Font, V., Borji, V. y Rodríguez-Vásquez, F. M. (2022). Mathematical connections from a networking of theories between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(9), 2364–2390, https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1875071

Stevens, B. N. y Jones, S. R. (2023). Learning integrals based on adding up pieces across a unit on integration. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 9*, 118–148.

Verón, M. A. y Giacomone, B. (2021). Análise dos significados do conceito de diferencial de uma perspectiva ontosemiótica. *Revemop, 3*, e202109. https://doi.org/10.33532/revemop.e202109

Verón, M., Giacomone, B. y Pino-Fan, L. (2024). Guía de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de la diferencial. *Uniciencia, 38*(1), 1–22. https://doi.org/10.15359/ru.38-1.2