



Prohibido usar la regla de tres: conectando proporcionalidad y funciones

Sergio Martínez-Juste y Pablo Beltrán-Pellicer
Universidad de Zaragoza



Universidad
Zaragoza



4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

~~4 hermanos pagan~~ ~~4 personas pagan~~

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 6} \\ 9 \overline{) 11} \end{array}$$

⇒ Son inversamente proporcionales

o ~~4 hermanos pagan~~ ~~6 personas pagan~~, ~~9 veces van~~.
Que cada uno pague lo mismo

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

hermanos veces al cine

4 — 9

$$x = \frac{9 \cdot 6}{4} = 4 \cdot x$$

(D)

6 — x

$$x = \frac{64}{4}$$

$$x = 135 \text{ veces}$$

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

Gente veces al cine

4 ← 9

6 ↓ 6

Son inversamente proporcionales

6 veces podrían haber ido al cine

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$2 \cdot 4 = 8 \cdot 9 = 72 - 36 = 36 \div 6 = 3 \text{ veces podrían ir al cine.}$$

Es proporcional porque cuanto mas gente llaves mas dinero gastas y menos veces mas

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

Magnitudes: nº de hermanos, veces idas al cine.

CR: Que cada entrada cueste lo mismo
Inversamente proporcionales

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ entradas compradas}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 6} \\ 6 \end{array}$$

6 veces de ir al cine

Solución irían 6 veces al cine

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

	nº personas	no de veces que van al cine
$\frac{4 \cdot 9 = 36}{1}$	4	9
	1	$x = 36$

$$\frac{1 \cdot 36}{8} = \frac{36}{8} = 4.5 \approx 4$$

aproximadamente 4

Podrían haber ido 4 veces aproximadamente.

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ veces } \& \text{ pers.}$$

$$M = N^{\circ} \text{ días, } N^{\circ} \text{ de veces}$$

$$4 + 2 = 6 \text{ personas.}$$

$$36 : 6 = 6 \text{ veces. podrían haber ido}$$

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

~~Es Directa~~
~~4 her — 9 veces~~
~~6 pers — 11 veces~~
 4 her — 9
 6 pers — $\times 6$ veces

449 549
 9 6
 Si Pueden ir 6 veces al cine, porque es directa

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

Son inversamente proporcionales

$9 \cdot 4 = 36$ n° de veces que puede ir al cine 1 persona.

$$36 : 6 = \boxed{6 \text{ veces}}$$

↓
n° de personas
que van

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

Magn = n° hermanos, cantidad de veces que han ido al cine.
Son I.P

$9 \cdot 4 = 36$ veces han ido al cine

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 2 \\ \hline 34 \end{array}$$
 = podrían haber ido 34 veces al cine

¿Qué es el razonamiento proporcional?

¿Qué es el **razonamiento proporcional**?

LA GACETA DE LA RSME, VOL. 25 (2022), NÚM. 2, PÁGS. 353-371

353

EDUCACIÓN

Sección a cargo de

Luis J. Rodríguez-Muñiz

Sobre la regla de tres y la proporcionalidad aritmética

por

Sergio Martínez-Juste, Antonio M. Oller-Marcén,
José M. Muñoz-Escolano y Pablo Beltrán-Pellicer

A raíz de la reciente reforma curricular en España, algunos medios de comunicación y administraciones educativas han puesto el foco de atención en la regla de tres, como ejemplo de una supuesta reducción de contenidos que desemboca en un

<https://doi.org/10.63427/KYNC7017>

Como consecuencia de una práctica educativa basada fundamentalmente en la adquisición de una serie de destrezas y técnicas de resolución de problemas, una buena parte de la población identifica la proporcionalidad con una de sus técnicas asociadas más reconocibles que, además, resulta tener nombre propio desde hace siglos: la regla de tres.

¿Qué es el **razonamiento proporcional**?

Pero, además, hemos de tener en cuenta que el conocimiento matemático es un fenómeno social y cultural. Por tanto, y en parte como consecuencia de lo anterior, también hemos de contribuir a que la sociedad adquiriera una visión realista de las matemáticas más allá de la idea, relativamente extendida, de que estas consisten esencialmente en una serie de reglas, y que «hacer matemáticas» se reduce a seleccionar la regla adecuada en cada situación. En el contexto de la proporcionalidad, esto pasa necesariamente por desterrar completamente la regla de tres y otros procedimientos mecánicos, y poner énfasis en los fundamentos conceptuales que pueden utilizarse para resolver cualquier tipo de situación de forma natural.

¿Qué es el **razonamiento proporcional**?

Proponemos:

- Caracterización por constancia: Razonar la existencia de una constante de proporcionalidad.
- Promover el uso de esta característica para la resolución de problemas.

4.- Con el dinero que les dio su abuela por Navidad, pudieron irse 4 hermanos 9 veces al cine. Si hubieran invitado a sus dos primos, ¿cuántas veces podrían haber ido al cine?

Magnitudes: nº de hermanos, veces ido al cine.

CR: Que cada entrada cueste lo mismo
Inversamente proporcionales

$4 \cdot 9 = 36$ entradas compradas
 $36 \div 6 = 6$ veces de ir al cine

Solución irían 6 veces al cine



Enseñar **a través** de
la resolución de
problemas

Enseñar **a través** de la resolución de problemas

Una tienda de coches ha decidido que va a subir un 40 % el valor de todos los coches que tiene a la venta. ¿Cuánto costaba antes de la subida un coche que ahora se pone a la venta por 21.000 €?

Un artesano está fabricando un tipo específico de objeto para un mercadillo. Dicho objeto se compone de 3 piezas. Las piezas de tipo I las hace a una velocidad de 5 piezas/hora, las piezas de tipo II las hace a una velocidad de 2 piezas la hora, y las de tipo III a una velocidad de 3 piezas la hora. Si el artesano dispone de 62 horas de trabajo antes del mercadillo, ¿cómo le recomendarías que repartiese su tiempo?

Enseñar a través de la resolución de problemas

Enseñar a través de la resolución de problemas

Pablo Beltrán-Pellicer^{1,2} & Sergio Martínez-Juste^{1,3}

pbeltran@unizar.es sergiomj@unizar.es

¹Universidad de Zaragoza

²CPI Val de la Atalaya (María de Huerva) ³IES Pilar Lorengar (Zaragoza)

Versión post-print. Cítese como: Beltrán-Pellicer, P., & Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma*, 98, 11-21.

Resumen

Describimos las características de un enfoque de enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, cuya esencia reside en que el contenido emerge de las situaciones y problemas que se proponen al alumnado. A partir de nuestra experiencia, realizamos un recorrido por los diversos bloques del currículo para ilustrar cómo son las tareas, la organización de aula y el papel del profesor para proporcionar el andamiaje necesario. Ofrecemos también alguna idea para, ante un posible confinamiento, mantener la coherencia con esta manera de concebir la enseñanza y el aprendizaje.

Palabras clave: resolución de problemas, actividades ricas, atención a la diversidad, inclusión.

https://www.researchgate.net/publication/358142423_Ensenar_a_traves_de_la_resolucion_de_problemas

Enseñar **a través** de la resolución de problemas

El proceso de enseñanza a través de la resolución de problemas sigue una secuencia similar a la siguiente (Beltrán-Pellicer y Martínez-Juste, 2021):

- El alumnado se enfrenta a situaciones problemáticas sin haber recibido instrucción previa sobre los contenidos que quieren enseñarse.
- Los problemas deben promover la reflexión y la indagación hacia la búsqueda de estrategias que permitan resolverlos.
- El profesorado utiliza las respuestas para organizar una puesta en común que permita introducir los nuevos conceptos.
- Por último, el alumnado resuelve problemas para afianzar los nuevos contenidos.

Enseñar **a través** de la resolución de problemas

ACTIVIDADES

- 22.** Reparte 200 € en partes inversamente proporcionales a 4, 10 y 20.
- 23.** Un grupo de amigos se reparte 2 000 € en partes inversamente proporcionales al tiempo que han tardado en hacer un trabajo. Si Juan tardó 2 minutos; Roberto, 4 minutos, y Jesús, 5 minutos, ¿qué cantidad le corresponderá a cada uno?

- * Repartir una cantidad P de forma inversamente proporcional a las cantidades $x, y, z, \dots$, equivale a determinar unos valores desconocidos $a, b, c, \dots$, que verifiquen la siguiente igualdad:

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \dots = \frac{P}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \dots}$$

donde $P = a + b + c + \dots$

Enseñar **a través** de la resolución de problemas

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 6} \\ 40 \quad 06 \\ \underline{40} \quad \quad \\ 20 \quad 03 \end{array} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ de h. en cada cabeza.}$$



$\frac{1}{4}$ de h. por cada cuerpo.

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

Si trabaja 6 h. y dedica 2 a los cuerpos y 4 a las cabezas,
hará 8 muñecos al día.

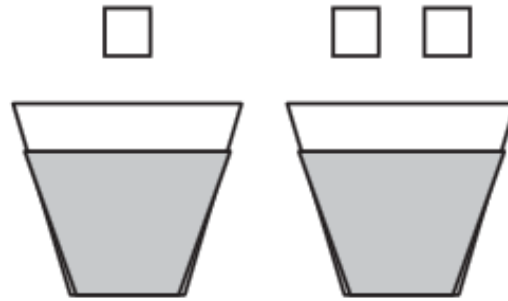


Recorridos didácticos para la proporcionalidad

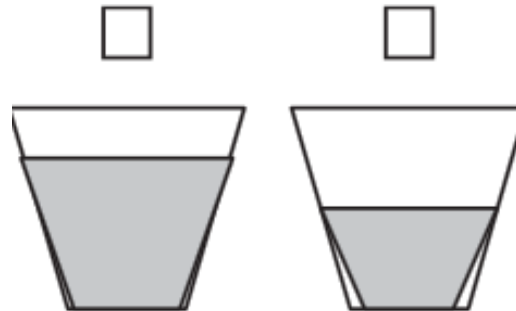
Recorridos didácticos

Primer ciclo de Educación Primaria (también Infantil): iniciación al pensamiento relativo.

¿Un zumo sabrá más dulce que el otro o tendrán el mismo sabor?



Y lo mismo con esta otra situación.



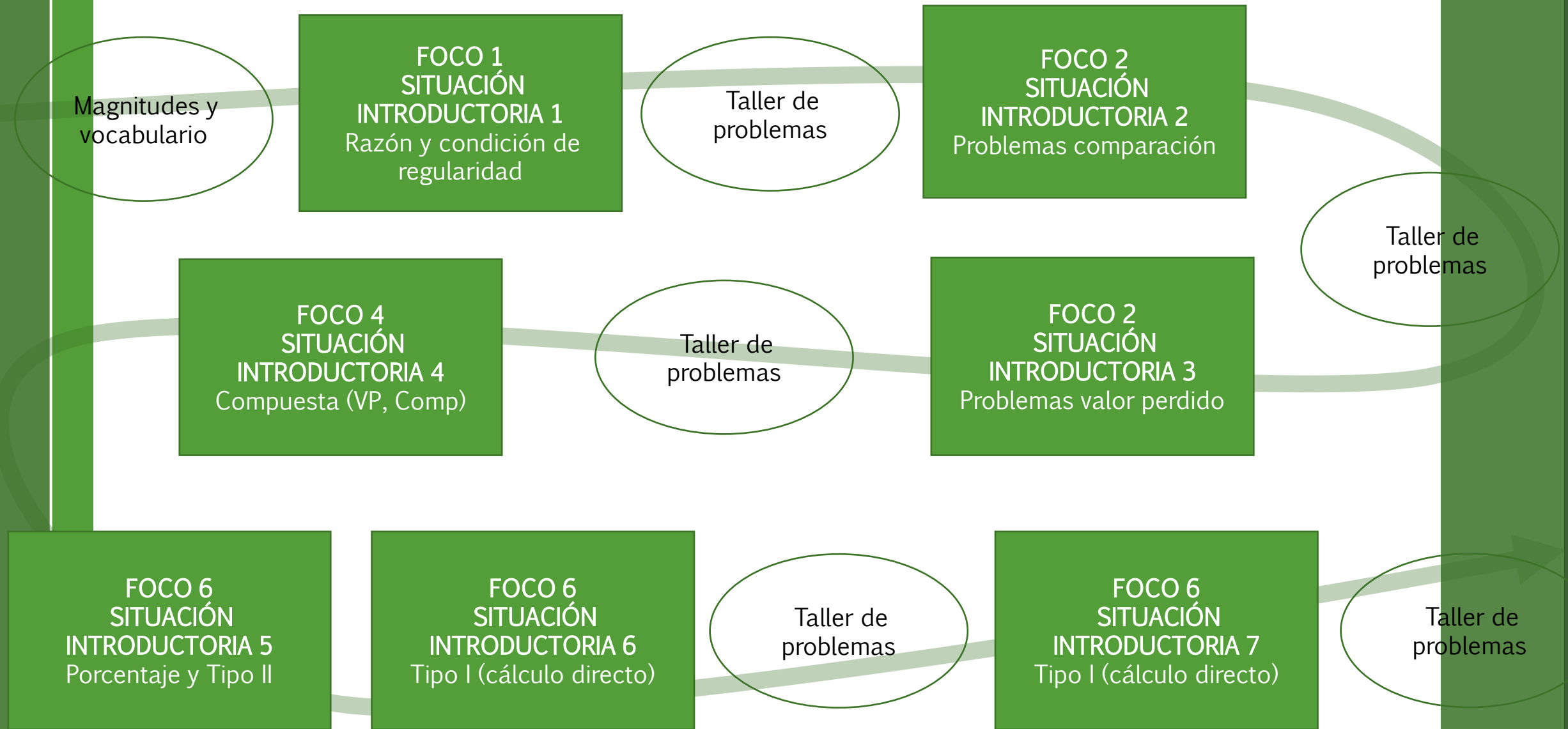
Fuente: Nunes, et al. (2003).

Recorridos didácticos

- Primer ciclo de Educación Primaria (también infantil)
 - Iniciación al pensamiento relativo
- Segundo ciclo de Educación Primaria
 - Razón entre magnitudes: introducción a su cálculo e interpretación
 - (Ligado a las estructuras semánticas multiplicativas)
- Tercer ciclo de Educación Primaria
 - **Situaciones proporcionales y no proporcionales** en problemas de la vida cotidiana: **identificación como relación multiplicativa** entre magnitudes.
 - **Resolución de problemas de proporcionalidad en contextos diversos** cercanos al alumnado (vida cotidiana, porcentajes, escalas, ...) **reflexionando a partir de las razones involucradas.**

Recorridos didácticos

- En Educación Secundaria Obligatoria
 - Tratamiento aritmético
 - Modelización funcional de las relaciones proporcionales
 - Tratamiento geométrico (semejanza)
 - Aplicaciones funcionales (tasas de variación, pendientes, interpolación,...)
 - Aplicaciones geométricas (trigonometría)



Taller
problemas

FOCO 1,3
SITUACIÓN
INTRODUCTORIA 1
Relaciones inversas

Talleres de
problemas

FOCO 5
SITUACIÓN
INTRODUCTORIA 3
Repartos proporcionales

Taller de
problemas

FOCO 4
SITUACIÓN
INTRODUCTORIA 2
Compuesta (general)

FOCO 6
SITUACIÓN
INTRODUCTORIA 4
Repaso porcentajes

Taller de
problemas

FOCO 6
SITUACIÓN
INTRODUCTORIA 5
Aumentos y disminuciones

Taller de
problemas



Universidad de Valladolid



PROGRAMA DE DOCTORADO EN INVESTIGACIÓN
TRANSDISCIPLINAR EN EDUCACIÓN

TESIS DOCTORAL:

**DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE UNA
PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA
PROPORCIONALIDAD EN EL PRIMER CICLO DE
SECUNDARIA**

Presentada por Sergio Martínez Juste para optar al
grado de Doctor por la Universidad de Valladolid

Dirigida por:

José María Muñoz Escolano

Antonio M. Oller Marcén

Tomás Ortega del Rincón

913

Anexo I: Fichas de trabajo de los alumnos y pruebas escritas

AI.1. Fichas de trabajo 1º de ESO

Fichas de trabajo en el ciclo II-1:

<https://drive.google.com/file/d/1nFTQu0DYDtKk5HGWQVHDyi-cEzaZCON/view?usp=sharing>

Fichas de trabajo en el ciclo III-1:

https://drive.google.com/file/d/1y_aa1C0kZRLn9xhCdCUGc0kum3Oig67q/view?usp=sharing

927

Anexo VII: Materiales adicionales

AVII.1. Materiales adicionales para 1º de ESO

Apuntes para los alumnos:

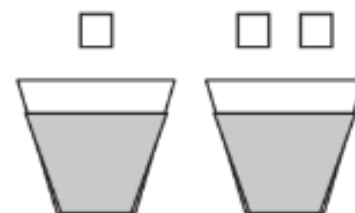
<https://drive.google.com/file/d/1MkP1UGo-rU-UKjS3FWgfCge9NxSp8aTK/view?usp=sharing>

<https://uvadoc.uva.es/handle/10324/52863>

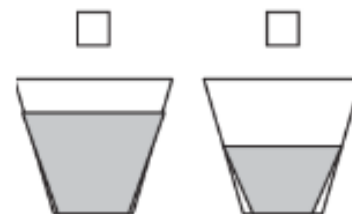
A.4. Razonamiento proporcional:

- Iniciación al pensamiento relativo.

Existen ciertas situaciones de aprendizaje que proporcionan una base experiencial que permite cierto desarrollo informal del pensamiento relativo que, a la postre, termina siendo beneficioso para el desarrollo del pensamiento proporcional. Podemos, por ejemplo, trabajar situaciones de comparación cualitativa (sin números), donde se plantean preguntas sobre conceptos como dulzor, intensidad de sabor, lo apretadas que estarán las plantas, etc. Por ejemplo: dos niñas hacen zumo de limón. Usan la misma cantidad de zumo, como ves en los vasos. Una usó un terrón de azúcar y la otra usó dos terrones de azúcar. Pregunta directa: ¿un zumo sabrá más dulce que el otro o tendrán el mismo sabor? Pregunta inversa: ¿un zumo tendrá un sabor más intenso (más ácido) que el otro o tendrán el mismo sabor?



Y lo mismo con esta otra situación.



Fuente: Nunes, et al. (2003).

Grupo de Telegram sobre números racionales



¿Regla de tres? ¡No, proporcionalidad!
Ábacos y geoplanos 2x04



XXII JAEM - UN VIAJE AL INTERIOR DE LAS MATEMÁTICAS



Prohibido usar la regla de tres: conectando proporcionalidad y funciones

Sergio Martínez-Juste y Pablo Beltrán-Pellicer
Universidad de Zaragoza



Universidad
Zaragoza

